

# Introduction à l'analyse des fluctuations macroéconomiques

Gilles Saint-Paul

October 12, 2018

# 1 Introduction

La macroéconomie émerge comme champ distinct de la microéconomie après la publication de la *Théorie générale* de Keynes. Le sous-emploi de masse observé pendant la grande dépression était incompatible avec l'idée selon laquelle les marchés s'équilibrent, qui fondait la microéconomie de l'époque. La théorie générale comprend un corpus d'idées qui, mises ensemble, prédisent qu'une situation de sous-emploi est possible et que le gouvernement peut y remédier grâce à la politique budgétaire. Ces idées fondatrices sont les suivantes:

- Le *rationnement de l'offre*: les producteurs ne peuvent pas réaliser leurs plans de production parce que la demande est insuffisante. Leur production est limitée par la demande, d'où une situation globale de sous-emploi des ressources.
- Le *paradoxe de l'épargne*: Une hausse de la propension à épargner réduit la demande globale de biens et services et donc la production et l'emploi.
- Le *multiplieur*: Une hausse de la consommation publique a un effet induit sur la demande privée qui est positif. En conséquence, un euro injecté par le gouvernement augmente l'activité de plus d'un euro.
- Les *animal spirits*: Les fluctuations de l'optimisme des investisseurs – justifiées ou pas – se traduisent par des fluctuations dans le PIB et l'emploi.
- La *préférence pour la liquidité*: Le taux d'intérêt nominal ne peut pas baisser pour que l'investissement rétablisse le plein emploi, parce qu'il est déterminé par l'allocation de portefeuille entre la liquidité (c'est-à-dire les encaisses monétaires) et les autres actifs.

L'histoire de la recherche en macroéconomie à la suite de la théorie générale peut se résumer en deux grandes phases. Dans une première phase,

on s'attache à formaliser mathématiquement les idées de Keynes, ce qui permet de mettre au point les gros modèles macroéconomiques des administrations. Ces modèles sont ensuite utilisés pour formuler des prévisions et évaluer l'effet de différentes mesures de politique économique. A l'issue de cette première phase est mis au point le coeur de la macroéconomie: le modèle AS-AD et sa version en économie ouverte, appelée Mundell-Fleming. La seconde phase fait suite aux objections soulevées à l'encontre du modèle AS-AD par l' "école de Chicago", et notamment Friedman et Lucas. Ceux-ci font valoir l'absence de fondements microéconomiques du modèle AS-AD et montrent que cette absence rend problématique son utilisation pour évaluer la politique économique. En effet, les paramètres (ou coefficients) des équations utilisées ne sont pas stables mais dépendent en particulier des anticipations, lesquelles sont elles-mêmes affectées par la politique économique. Ainsi, une politique donnée ne peut pas être évaluée grâce à un modèle estimé sur données passées car ses coefficients seront différents du fait de la mise en place de la nouvelle politique. On ne peut comprendre comment ces coefficients changeront qu'en donnant des fondements microéconomiques aux modèles. La recherche s'est donc consacrée, depuis le milieu des années 70, à une "défense et illustration" du modèle AS-AD, en s'attachant à lui donner des fondements microéconomiques tout en préservant le coeur de sa structure. Cette évolution a débouché sur les modèles modernes, dits DSGE, qui, à partir d'une spécification complète du comportement des agents, obtiennent des relations agrégées interprétables comme des versions améliorées des équations du modèle AS-AD.

Quels fondements microéconomiques peuvent-ils sous-tendre un équilibre de sous-emploi? Toutes les réponses qui ont été proposées, de Barro et Grossman (1971) aux modèles DSGE, reposent sur l'idée de *rigidité nominale*. En effet, dans une situation de rationnement de l'offre, les producteurs auront tendance à baisser leur prix, ce qui signifie que l'équilibre de sous-emploi ne peut perdurer. Il doit donc exister un mécanisme empêchant une telle baisse des prix – cette idée était déjà présente chez Keynes, qui considérait

les salaires nominaux comme rigides.

Par rigidité "nominale", on entend que le prix d'un bien, exprimé en euros, ne s'ajuste pas à la baisse lorsque l'offre est supérieure à la demande – du moins pas suffisamment pour rétablir l'équilibre. Cette notion est différente de celle de rigidité "réelle", qui exprime le fait que le prix relatif entre un bien et un autre bien ne peut pas s'ajuster pour réaliser l'équilibre de marché. Ainsi, la rigidité nominale des salaires signifie, par exemple, qu'un travailleur ne peut être payé moins que 10 euros de l'heure. En revanche, une rigidité réelle signifie qu'il ne peut être payé moins qu'une certaine fraction de l'indice des prix à la consommation. La différence entre les deux notions est importante. En effet, lorsque le sous-emploi provient d'une rigidité réelle (situation de chômage classique), une hausse de la demande ne parvient pas à rétablir le plein emploi.

Il est utile de garder à l'esprit les deux remarques suivantes, malgré leur caractère relativement subtil.

Première remarque: les rigidités nominales sont une condition nécessaire à la possibilité d'un équilibre de sous-emploi. Cela ne signifie pas pour autant qu'en absence de rigidités nominale, l'économie converge naturellement vers un équilibre de plein emploi. Certes, c'est ce que l'on suppose habituellement dans les modèles avec prix flexibles. Mais une baisse du niveau *général* des prix n'a pas d'effet allocatif, car elle n'affecte pas les prix *relatifs*. Si on s'attend à ce qu'une telle baisse se produise lorsque l'offre est en général supérieure à la demande, cette baisse ne tend pas en elle-même à rétablir l'équilibre, du moins en l'absence de monnaie. Une manière de voir la chose est de noter qu'une baisse du niveau général des prix rend les biens moins chers, mais qu'elle implique également une baisse proportionnelle des revenus; de sorte que le pouvoir d'achat n'augmente pas, et la demande de biens non plus. En présence de monnaie, les choses sont différentes: la baisse du niveau général des prix augmente la valeur réelle des encaisses monétaires (effet Pigou). Les consommateurs qui détiennent ces encaisses sont alors plus riches en termes *réels*, ce qui tend à accroître la consommation et donc la demande.

Deuxième remarque: même en présence de rigidités nominales des *prix*, il existe potentiellement un autre moyen pour rétablir le plein emploi: l'ajustement des *taux d'intérêts*. En effet, une baisse du taux d'intérêt augmente la consommation et l'investissement, et donc le niveau d'activité. Quel que soit le niveau d'activité courant, il lui est associé un taux d'intérêt réel d'équilibre. Ce taux d'intérêt réalise l'égalité entre épargne et investissement (ou de manière équivalente, l'équilibre sur le marché des fonds prêtables) à *niveau d'activité* donné. Plus ce niveau d'activité est faible, plus le taux d'intérêt réel d'équilibre correspondant est élevé. On peut imaginer que les marchés s'ajustent de manière à ce que le taux d'intérêt réel d'équilibre soit précisément celui qui rétablisse le plein emploi. Notons cependant que si l'économie est dans un équilibre de sous-emploi, l'équilibre sur le marché des fonds prêtables est réalisé; il n'y a donc aucune force qui ferait baisser le taux d'intérêt réel de façon à rétablir le plein emploi. Cependant, les hypothèses keynésiennes impliquent que même si cette force existait, elle serait inopérante. En d'autres termes, dans le modèle AS-AD, il existe un unique taux d'intérêt réel d'équilibre et donc un unique niveau d'activité. En effet, le taux d'intérêt *nominal* est déterminé par l'équilibre sur le marché de la monnaie, et, les prix étant rigides, cette détermination implique un unique taux réel d'équilibre, qui n'est pas en général celui qui réalise le plein emploi. Le taux d'intérêt nominal ne peut à la fois réaliser l'équilibre sur le marché de la monnaie et le plein emploi, et pour obtenir ce dernier, les prix devraient s'ajuster librement pour que le taux d'intérêt réel soit celui de plein emploi. Cependant – et c'est là le message du modèle IS-LM, les autorités monétaires peuvent généralement ajuster la quantité de monnaie de façon à ce que, étant donné les rigidités qui caractérisent la formation des prix, le taux d'intérêt nominal d'équilibre donne précisément le taux d'intérêt réel qui correspond au plein emploi.

## 2 Le modèle IS-LM ou la *Théorie générale* en deux équations

Le modèle ISLM (Hicks 1937) représente la première formalisation mathématique des idées de Keynes. Il repose sur deux conditions d'équilibre:

- L'équilibre sur le marché des biens, qui est un équilibre de sous-emploi
- L'équilibre sur le marché de la monnaie, qui est réalisé par l'ajustement du taux d'intérêt nominal.

### 2.1 L'équilibre sur le marché des biens: la courbe IS

La production est déterminée par la demande, qui est la somme de trois composantes: la consommation des ménages ( $C$ ), l'investissement des entreprises ( $I$ ) et les dépenses du gouvernement en biens et services ( $G$ ). Soit  $Y$  le PIB. Cet équilibre s'écrit de la manière suivante:

$$Y = I + C + G. \quad (1)$$

Cette équation coïncide avec l'identité fondamentale de la comptabilité nationale, qui stipule que la somme des dépenses est toujours égale à la somme des revenus. Mais dans le cadre d'analyse keynésien, cette identité a une interprétation comportementale: les producteurs ne peuvent vendre que la demande qui leur est adressée – en particulier, les prix ne s'ajustent pas à la baisse lorsque celle-ci est inférieure à leurs plans de production – et celle-ci dépend du comportement des consommateurs, des investisseurs, et du gouvernement. Ces comportements sont à leur tour représentés par une "fonction de consommation" et une "fonction d'investissement", tandis que  $G$  est généralement considéré comme exogène.

Une fonction de consommation "keynésienne" typique est

$$C = mY + c_0.$$

Elle suppose simplement que les agents consomment d'autant plus que leur revenu est élevé. Le paramètre  $m$  décrit l'effet d'un euro de revenu supplémentaire sur la consommation et on l'appelle traditionnellement *propension marginale à consommer*. On suppose traditionnellement que  $0 < m < 1$ , c'est à dire que les consommateurs épargnent une fraction constante et positive de leurs revenus supplémentaires.

Une fonction d'investissement "keynésienne" simplifiée repose sur l'idée qu'il existe un lien positif entre coût d'usage du capital et taux d'intérêt, de sorte que l'investissement est une fonction décroissante de ce dernier. Soit  $i$  le taux d'intérêt, alors

$$I = f(i),$$

avec  $f' < 0$ .

Avec ces deux hypothèses comportementales et le fait que  $G$  est exogène, la relation (1) détermine le niveau d'activité de manière unique en fonction du taux d'intérêt:

$$Y = \frac{f(i) + G + c_0}{1 - m}. \quad (2)$$

Cette relation entre taux d'intérêt et PIB est décroissante puisque  $f' < 0$  et est appelée "courbe IS". De plus, elle rend compte d'un certain nombre d'intuitions keynésiennes. Ainsi,

- $dY/dG = 1/(1 - m) > 1$ . Une hausse des dépenses publiques de 1 euro augmente le PIB de plus de 1 euro. C'est le *multiplicateur keynésien*. Il est égal à  $1/(1 - m)$ , et donc d'autant plus élevé que la propension marginale à consommer  $m$  est élevée.<sup>1</sup>
- $dY/dc_0 > 0$ . Lorsque  $c_0$  baisse, les ménages tentent d'épargner plus à revenu donné, mais cela réduit la demande et donc le revenu national  $Y$ . Et même, à cause du multiplicateur, l'épargne nette des ménages est

---

<sup>1</sup>Il s'agit de l'effet sur le PIB d'une hausse des dépenses publiques à taux d'intérêt et niveau général des prix inchangés. On verra plus bas que la prise en compte de l'ajustement de ces deux variables, à travers les comportements de demande de monnaie et d'offre agrégée, conduit à des effets d'éviction qui réduisent l'effet total de  $G$  sur  $Y$ .

inchangée à l'équilibre. En effet, celle-ci est égale à

$$S = Y - C = (1 - m)Y - c_0 = f(i) + G.$$

L'effet de la baisse du revenu sur l'épargne compense exactement celui de la baisse de  $c_0$ . On retrouve là le paradoxe de l'épargne.

- Enfin, une hausse de l'optimisme des investisseurs se traduira par une hausse de la valeur de  $f(i)$  pour toute valeur de  $i$ , ce qui augmente  $Y$ . L'équation IS rend donc compte des *animal spirits*. Cependant elle ne nous dit pas si ces anticipations optimistes sont fondées ou pas.

### 2.1.1 Le modèle "classique" et l'ajustement par les taux d'intérêt réels.

Il est intéressant de comparer cette détermination du PIB avec l'approche "classique". Celle-ci ne remet évidemment pas en cause l'équation (1) puisque c'est une identité mais elle considère qu'elle est satisfaite *au plein emploi* grâce à l'ajustement des *taux d'intérêts réels*. Soit  $Y^*$  le niveau du PIB de plein emploi. Alors, selon le modèle classique, le taux d'intérêt  $i$  s'ajuste de sorte que l'équation (2) est satisfaite *au plein emploi*. C'est à dire:

$$Y^* = \frac{f(i) + G + c_0}{1 - m}. \quad (3)$$

L'unique valeur de  $i$  solution de (3) est le taux d'intérêt réel d'équilibre de plein emploi<sup>2</sup>.

Selon l'approche classique, le taux d'intérêt s'ajuste pour réaliser (3) à travers l'*équilibre sur le marché des fonds prêtables*.

En effet, l'équation (1) signifie non seulement que le revenu national est égal à la somme des dépenses, mais aussi, de façon concomitante, que *l'épargne est égale à l'investissement*. En effet, soit  $T$  le montant des impôts

---

<sup>2</sup>Pour l'instant, nous ignorons l'inflation; le taux d'intérêt nominal coïncide donc avec le taux d'intérêt réel.

versés par les ménages à l'Etat. Leur revenu disponible est égal à  $Y - T$ , et leur épargne à  $Y - T - C$ . L'épargne de l'Etat est elle égale à  $T - G$ , de sorte que l'épargne nationale est égale à

$$S = Y - C - G,$$

qui doit effectivement être égal à  $I$  selon (1).

Selon la théorie (ou métaphore) des fonds prêtables, les consommateurs essayent de placer leur épargne  $S$  sur les marchés financiers (dits des fonds prêtables) et les entreprises empruntent leur investissement  $I$  sur ces mêmes marchés. Le taux d'intérêt réel d'équilibre est celui qui réalise l'équilibre entre l'offre et la demande sur le marché des fonds prêtables, soit précisément  $S = I$ .

Cependant, jusqu'à présent, notre raisonnement n'implique nullement que l'égalité entre  $S$  et  $I$  se réalise *au niveau de plein emploi*. Un équilibre de sous-emploi tel que  $Y < Y^*$  et qui satisfait à l'équation (2) satisfait également, par construction, à (1). On a donc  $S = I$  dans cet équilibre et il n'y a a priori aucune force pour ramener  $I$  vers le niveau de plein emploi.

Cet argument invalide-t-il la doctrine classique des fonds prêtables? Pas nécessairement. L'identité (1) relie entre elles les valeurs *réalisées* de  $I, C, G$  et  $Y$ , mais pas forcément les valeurs *désirées*. De fait, si  $Y < Y^*$ , la production de biens  $Y$  diffère de l'offre désirée  $Y^*$ . De même, l'égalité  $S = I$  signifie que l'épargne et l'investissement réalisés sont égaux, ce qui n'implique pas que ce soit le cas pour leurs valeurs désirées. En particulier, si l'épargne désirée excède l'investissement, alors on s'attend à ce que les taux d'intérêt baissent, ce qui ramènera l'économie à l'équilibre de plein emploi.

La difficulté conceptuelle est la suivante. Si l'identité (1) est satisfaite à un niveau de sous-emploi  $Y < Y^*$ , de sorte que la production de biens est inférieure à la production désirée, doit-on considérer qu'il y a excès d'offre d'épargne sur le marché des fonds prêtables, ou pas? Dans le premier cas, on s'attend à une baisse du taux d'intérêt qui finit par ramener  $I$  et donc  $Y$  à leur niveau d'équilibre de plein-emploi. Dans le second cas, il n'y a

aucune force d'ajustement qui tendrait à sortir l'économie de son équilibre de sous-emploi<sup>3</sup>.

Or, tout élément de réponse à cette question repose sur la manière dont on définit l'épargne désirée. Si les agents prennent comme *donné* leur revenu  $Y$  et que celui-ci satisfait à (2), alors par construction la quantité qu'ils désirent épargner,  $Y(1 - m) - c_0$ , est précisément égale à l'investissement  $I(i)$  et il n'y a pas de déséquilibre sur le marché des fonds prêtables. En revanche, si l'on considère que, de même que les agents tentent de produire plus que la demande agrégée, ils tentent simultanément d'épargner le montant correspondant à ce que seraient leurs revenus *en situation de plein emploi*, alors il y a bien excès d'offre d'épargne sur le marché des biens et les taux d'intérêts tendraient à baisser. Comme l'épargne désirée n'a qu'une réalité psychologique, i.e. elle ne correspond à aucune quantité observable dans notre modèle, il n'existe aucun critère pratique permettant de se décider entre ces deux hypothèses.

## 2.2 L'équilibre sur le marché de la monnaie: la courbe LM

L'équation (2) ne nous dit pas quel sera le taux d'intérêt d'équilibre. Pour que le modèle soit clos, il doit comporter autant d'équations que d'inconnues, c'est à dire de variables endogènes. Sachant que  $C$  et  $I$  ne dépendent que de  $Y$  et  $i$  et que  $G$  est exogène, le système peut être réduit à deux variables endogènes:  $Y$  et  $i$ . Il nous manque donc une relation entre  $Y$  et  $i$  et celle-ci est donnée par l'équilibre sur le marché de la monnaie.

L'idée est que l'offre de monnaie est déterminée par la quantité de monnaie en circulation  $M$ , elle-même fixée par la banque centrale. La demande de monnaie est supposée être une fonction décroissante du taux d'intérêt  $i$ . L'idée fondamentale est ici que le taux d'intérêt est *le coût d'opportunité de la détention de monnaie*. En effet, la monnaie ne rapporte pas d'intérêt alors

---

<sup>3</sup>On peut arguer que sur les marchés des biens, le niveau général des prix aurait tendance à baisser. Cependant, ce dernier n'intervient pas dans nos équations, et sa baisse ne tend donc pas à rétablir l'équilibre.

que les actifs financiers rapportent  $i$ . Détenir une partie de son portefeuille sous forme de monnaie suppose donc un manque à gagner par unité de temps égal à  $i$  multiplié par le montant de ces encaisses.

On supposera donc que la demande de monnaie est égale à  $Yg(i)$ , avec  $g' < 0$ . Cette demande est proportionnelle à  $Y$  parce que la monnaie est un moyen d'échange et que, toutes choses égales par ailleurs, la quantité de monnaie nécessaire pour effectuer un certain volume de transactions est naturellement proportionnelle à ce volume.

L'équation LM nous dit que le taux d'intérêt  $i$  réalise l'équilibre sur le marché de la monnaie:

$$M = Yg(i). \quad (4)$$

Cette équation définit une relation positive entre  $Y$  et  $i$ , appelée courbe LM. La détermination jointe de  $Y$  et de  $i$  est obtenue par l'intersection de la courbe IS avec la courbe LM, selon le célèbre "diagramme IS-LM" (Figure 1).

Le modèle IS-LM rend compte de l'idée fondamentale de Keynes selon laquelle la "préférence pour la liquidité" joue un rôle important dans le sous-emploi. Supposons en effet que  $Y^* > Y = I + C + G$  mais qu'il y ait équilibre sur le marché de la monnaie. Dans une telle situation de déséquilibre, selon le raisonnement classique, il y a excès d'offre sur le marché des fonds prêtables puisque l'épargne désirée excède l'investissement. On s'attendrait donc à ce que  $i$  baisse. Cependant, une baisse marginale de  $i$  incite les consommateurs à réallouer leurs actifs en faveur de la monnaie, ce qui n'est pas possible étant donné le niveau de l'offre de monnaie. Comme les taux d'intérêts ne baissent pas, le déséquilibre sur le marché des fonds prêtables ne se résorbe que parce que le revenu national  $Y$  baisse, les producteurs étant incapables d'écouler leur production au niveau de plein emploi.

### 2.3 L'approche moderne: IS-MP

Le modèle ISLM est encore enseigné dans la plupart des manuels modernes. Cependant, il remonte à une époque où l'on concevait le travail de la banque centrale comme consistant à fixer, ou du moins à cibler, la quantité de monnaie. De nos jours, les banques centrales ne prêtent plus guère attention à la quantité de monnaie et fixent directement les taux d'intérêt. On considère qu'elles poursuivent un objectif de stabilisation du PIB et de l'inflation, ce qui signifie qu'une politique plus contractionniste sera mise en place lorsque le PIB  $Y$  croît ou lorsque l'inflation s'accélère. À ce stade de notre discussion où le niveau des prix ne joue encore aucun rôle, on peut considérer que la politique monétaire fixe un taux d'intérêt d'autant plus grand que  $Y$  est élevé:

$$i = h(Y), h' > 0.$$

Cette relation qui décrit le comportement de la banque centrale dans la fixation de ses taux directeurs définit une relation positive entre  $i$  et  $Y$  et est donc formellement équivalente à la courbe LM. Le modèle tel que nous le présentons est donc fondamentalement inchangé, si ce n'est que la courbe LM qui s'interprétait comme une relation d'équilibre sur le marché de la monnaie est désormais remplacée par une courbe MP qui a les mêmes propriétés mais qui s'interprète comme, la règle de fixation du taux d'intérêt par la banque centrale.

### 2.4 Les effets de la politique budgétaire

Le modèle IS-LM/IS-MP est traditionnellement utilisé pour analyser les effets de la politique économique. Considérons tout d'abord le rôle de la politique budgétaire. Celle-ci est représentée par la variable  $G$ , le niveau des dépenses publiques. D'après (3), une hausse de  $G$  déplace la courbe IS vers le haut. La courbe LM est inchangée puisque  $G$  n'apparaît pas dans (4). Comme le montre la figure 2, cette hausse de  $G$  a pour effet de stimuler l'activité ( $Y$

augmente) et d'accroître le taux d'intérêt.

En différentiant (2) et (4), on peut calculer l'effet sur  $Y$  d'un accroissement marginal  $dG$  des dépenses publiques. La différentiation de (2) s'écrit

$$dY = \frac{dG + f'(i)di}{1 - m}, \quad (5)$$

et celle de (4):

$$dM = g(i)dY + Yg'(i)di. \quad (6)$$

Ces deux équations définissent un système linéaire dont les inconnues sont  $dY$  et  $di$ , et dans le cas qui nous préoccupe, on a  $dG > 0$  et  $dM = 0$ , et l'on obtient

$$\begin{aligned} dY &= \frac{1}{1 - m + \frac{f'(i)g(i)}{g'(i)Y}} dG; \\ di &= -\frac{g(i)}{(1 - m)g'(i)Y + f'(i)g(i)} dG. \end{aligned} \quad (7)$$

Puisque  $g' < 0$  et  $f' < 0$ , on a bien  $dY/dG > 0$  et  $di/dG > 0$ , ce qui confirme l'analyse de la figure 2.

La hausse du PIB induite par la demande additionnelle en provenance de l'Etat est associée à une augmentation de la demande de monnaie. Les agents, ayant besoin de liquidités supplémentaires pour financer leurs transactions, vendent des obligations pour les convertir en monnaie. Ceci crée un excès de demande de monnaie et un excès d'offre de bons qui fait baisser le prix de ces derniers ou, ce qui est équivalent, fait augmenter les taux d'intérêt<sup>4</sup>. Cette hausse des taux d'intérêt réduit l'investissement, ce qui tempère l'effet net du stimulus fiscal initial sur le PIB. C'est ce que l'on appelle l'*effet d'éviction* dit encore *crowding out*. D'après la formule (7),  $dY/dG$  est d'autant plus faible, et donc l'effet d'éviction d'autant plus élevé, que  $|f'|$  est élevé et  $|g'|$

---

<sup>4</sup>En effet, comme cela sera plus amplement discuté au chapitre ??, la valeur d'un actif est égale à la somme actualisée des dividendes (ou coupons) promis. Lorsque le taux d'intérêt augmente, les flux de revenus futurs sont escomptés à un taux plus élevés, ce qui implique une baisse de la valeur de l'actif. Intuitivement, cela signifie que si les agents exigent un rendement supérieur, ils sont prêts à payer moins cher pour acheter un titre promettant un flux donné de revenus futurs.

est faible. Cela se comprend aisément: plus  $g'$  est faible en valeur absolue, moins la demande de monnaie est réactive au taux d'intérêt, et plus la hausse du taux d'intérêt nécessaire pour rétablir l'équilibre sur la marché monétaire est forte. Plus  $f'$  est élevé en valeur absolue, plus une hausse donnée du taux d'intérêt entraîne une chute importante de l'investissement.

Il est intéressant de considérer la valeur du multiplicateur dans deux cas d'école.

Le premier est celui de la *trappe à liquidité* (figure 3). Il s'agit d'une situation où la demande de monnaie est localement infiniment élastique au taux d'intérêt. Cela signifie que la courbe LM devient horizontale, car  $g'$  est très élevé – en effet, d'après (6),  $di/dY$  est très faible si  $g'$  est très élevé. Cette situation se produit, typiquement, lorsque le taux d'intérêt tombe à zéro. La monnaie étant plus liquide que les autres actifs, ces derniers doivent avoir un rendement supérieur ou égal à la première, qui est nul par définition. Le taux d'intérêt ne peut donc tomber au-dessous de zéro. Lorsqu'il atteint ce plancher, le coût d'opportunité de la monnaie est nul. Cela signifie qu'un euro supplémentaire détenu en espèces n'a plus aucune valeur en tant que moyen de paiement; si ce n'était pas le cas, il serait profitable de se le procurer en vendant des actifs, puisque le coût de cette opération est nul si  $i = 0$ . Le marché de la monnaie ne serait pas alors à l'équilibre. La monnaie est alors parfaitement substitut avec les autres actifs, car elle a perdu son avantage propre en termes de liquidité. C'est pourquoi l'élasticité de la demande de monnaie devient infinie: si le taux d'intérêt baisse même très faiblement, les agents liquident tous leurs actifs financiers pour ne détenir que de la monnaie.

Dans une *trappe à liquidité*, le terme  $\frac{f'(i)g(i)}{g'(i)Y}$  dans (7) devient pratiquement nul et l'on trouve que  $dY/dG = 1/(1 - m)$ . C'est la valeur du multiplicateur keynésien à taux d'intérêt inchangé. Il n'y a pas d'effet d'éviction des dépenses publiques sur l'investissement privé. La demande de monnaie commence à augmenter sous l'effet du supplément d'activité, mais il suffit d'une hausse négligeable des taux pour convaincre les agents de détenir des bons plutôt que de la monnaie et ramener le marché monétaire à l'équilibre.

Le second cas d'école est celui de la *théorie quantitative de la monnaie* (figure 4). Il s'agit d'une situation où la demande de monnaie est inélastique au taux d'intérêt ( $g' = 0$ ), en d'autres termes sa vélocité  $v = Y/M$  est constante. Dans une telle situation, la courbe LM est verticale: il existe une valeur unique du PIB compatible avec l'équilibre sur le marché monétaire. On a donc  $dY/dG = 0$  – en effet, dans (7), le ratio  $\frac{f'(i)g(i)}{g'(i)Y}$  devient infini. L'effet d'éviction est alors total: tant que l'investissement n'a pas suffisamment baissé pour ramener  $Y$  à son niveau initial, les taux d'intérêt continuent à monter sous l'effet de l'excès de demande de monnaie; l'équilibre n'est rétabli que lorsque la chute de l'investissement compense exactement la hausse des dépenses publiques.

## 2.5 Les effets de la politique monétaire

D'après (4), une hausse de la quantité de monnaie  $M$  déplace la courbe LM vers la droite: étant donné  $Y$ , la valeur de  $i$  qui réalise l'équilibre sur le marché monétaire est plus faible. De même, la courbe MP se déplacerait vers la droite, ce qui signifie simplement que la banque centrale pratique une politique de taux plus bas.

On voit (figure 5), que l'injection monétaire a un effet positif sur  $Y$  et négatif sur  $i$ . Pour absorber la monnaie supplémentaire, les taux doivent baisser; en effet les agents tentent de convertir ces encaisses excessives en actifs, ce qui fait monter le prix de ces derniers et donc baisser leur rendement. Cette baisse des taux rend plus rentable d'investir en capital physique, ce qui accroît  $I$  et donc  $Y$ . La consommation  $C$  augmente également sous l'effet de la hausse des revenus.

On peut résoudre le système (5)-(6) avec  $dM > 0$  et  $dG = 0$ , et l'on obtient

$$\frac{dY}{dM} = \frac{1}{g(i) + \frac{Yg'(i)(1-m)}{f'(i)}}.$$

Cette formule nous montre que la politique monétaire est d'autant plus efficace que

- $|f'|$  est grand: l'investissement est plus élastique à  $i$ .

-  $|g'|$  est faible: la demande de monnaie est plus inélastique à  $i$ .

En particulier, dans une trappe à liquidité, la politique monétaire devient inopérante ( $dY/dM = 0$ ): les encaisses injectées dans l'économie sont détenues par les agents sans que les taux d'intérêt aient à baisser. Il n'y a pas lieu pour eux de les convertir en actifs puisque ceux-ci sont parfaitement substituables avec la monnaie.

### 3 Le modèle AS-AD: la formation des prix

Le modèle IS-LM ignore le rôle des prix. On peut l'interpréter comme une analyse de très court terme où le niveau général des prix est fixé par le passé. Mais dans la réalité les prix changent. Il est donc naturel d'exiger du modèle qu'il puisse prévoir l'évolution du niveau général des prix. De plus, l'ajustement des prix joue un rôle essentiel dans notre compréhension du sous-emploi puisque ce dernier ne peut persister que si les prix sont "rigides".

Le modèle AS-AD est une extension du modèle IS-LM qui introduit une variable supplémentaire: le niveau général des prix. Son évolution est régie par une équation supplémentaire, dite courbe d'offre agrégée (AS), qui postule une relation positive entre les prix et le PIB. De plus, il est possible d'enrichir les courbes IS et LM en prenant en compte le rôle des prix, et l'on va montrer que si l'on élimine le taux d'intérêt entre ces deux relations, on trouve une relation négative entre  $Y$  et le niveau général des prix appelée courbe de demande agrégée (AD).

Ces dénominations proviennent d'une analogie avec l'équilibre partiel sur le marché d'un bien: la demande de tomates est une fonction décroissante du prix des tomates, l'offre de tomates est une fonction croissante de ce prix. Mais cette analogie est trompeuse, puisque le prix qui intervient ici n'est pas un prix relatif, mais le niveau général des prix qui ne devrait avoir a priori aucun rôle allocatif.

Historiquement, la courbe d'offre agrégée est la contrepartie théorique de la courbe de Phillips. L'économiste anglais A.W. Phillips avait en effet observé une corrélation négative entre taux de chômage et inflation salariale. On a également observé, par la suite, une corrélation négative entre taux de chômage et inflation du niveau général des prix. Par une sorte de glissement sémantique, cette propriété a été intégrée au modèle AS-AD comme équation structurelle qui rend compte du comportement de formation des prix, en l'absence a priori d'interprétation économique. C'est précisément la recherche d'une telle interprétation par des économistes tels que Phelps et Friedman qui

a conduit à une profonde remise en question de l'appareil keynésien, notamment, comme on le verra, à travers une critique de la courbe de Phillips en tant que relation structurelle stable. A ce stade de notre analyse, contentons-nous d'interpréter la courbe d'offre agrégée comme rendant compte de l'idée générale selon laquelle les prix ont tendance à augmenter avec l'activité, parce que la hausse de celle-ci crée des "tensions" sur les marchés.

### 3.1 Le modèle IS-LM-AS

Reprenons notre modèle IS-LM et introduisons-y le niveau général des prix. Cette variable était absente de notre exposition du modèle IS-LM, mais elle doit maintenant être prise en compte dans les équations IS et LM. En particulier, la variable qui détermine l'investissement est le taux d'intérêt *réel*, i.e. la différence entre le taux d'intérêt nominal et l'inflation anticipée. On doit donc réécrire l'équation IS comme suit:

$$\begin{aligned} Y &= C + I + G \\ &= mY + c_0 + f(i - \pi^e) + G, \end{aligned} \tag{8}$$

où  $Y, C, I$ , et  $G$  sont des variables *réelles*, c'est à dire exprimées en *volume*,  $i$  est le taux d'intérêt *nominal* et  $\pi^e$  désigne l'inflation anticipée, soit  $1 + \pi^e = \frac{P'}{P}$ ,  $P$  étant le niveau courant des prix et  $P'$  leur niveau futur, et "e" signifiant "anticipé" (de l'anglais "expected"). Le taux d'intérêt réel est  $r = i - \pi^e$ . Nous traiterons les anticipations d'inflation comme *données*. Dans un modèle complet, celles-ci devraient bien entendu être endogénéisées, ce qui soulève la question cruciale de leur formation. Pour l'instant, contentons-nous d'une exposition simplifiée et statique, et considérons donc  $\pi^e$  comme une variable exogène.

Quant à l'équation LM, elle doit aussi être réécrite, pour faire apparaître le fait que la demande d'encaisses monétaires est une demande d'encaisses réelles. En effet, toutes choses égales par ailleurs, un doublement des prix induit un doublement de la valeur des transactions à financer et donc de celle

des moyens d'échange que doivent détenir les agents. On peut donc récrire l'équilibre sur le marché de la monnaie de la manière suivante:

$$\frac{M}{P} = Yg(i). \quad (9)$$

Notons que c'est le taux d'intérêt nominal qui intervient et pas le taux réel. En effet, le coût d'opportunité de la monnaie provient du fait que contrairement aux actifs financiers, son rendement *nominal* est nul par définition. La différence entre le rendement des actifs financiers  $i$  et celui de la monnaie est en quelque sorte une quantité réelle, puisqu'il s'agit d'un prix relatif. Mais comme le rendement de la monnaie est fixé à zéro en termes nominaux, cette différence coïncide avec le taux d'intérêt nominal  $i$ . Si, par un moyen quelconque, la banque centrale émettait un moyen de paiement dont le rendement nominal est non nul, alors ce serait la différence entre  $i$  et ce taux qui apparaîtrait dans la courbe LM.<sup>5</sup>

Enfin, la variable  $P$  est elle-même régie par la courbe d'offre agrégée AD:

$$P = h(Y), h' > 0.$$

### 3.2 La courbe de demande agrégée

Le modèle IS-LM-AS est un modèle de trois équations à trois inconnues:  $Y$ ,  $P$ , et  $i$ . Il est souvent commode d'analyser l'équilibre sur un graphique, avec deux courbes qui s'intersectent. C'est pourquoi l'on réduit souvent ce modèle à un modèle à deux équations qui déterminent simultanément les prix et la production, le modèle AS-AD. Pour ce faire, on élimine  $i$  entre les relations IS

---

<sup>5</sup>Une thématique importante de la *Théorie générale* est qu'en période de déflation, la "préférence pour la liquidité" – l'équilibre sur le marché monétaire – empêche  $i$  de baisser; si  $\pi^e < 0$ , le taux d'intérêt réel d'équilibre a des chances d'être trop élevé par rapport au niveau qui réalise le plein emploi. Une hausse de  $M$  peut remédier à cette situation, sauf en présence de trappe à liquidité. Dans une telle situation, Keynes préconise de faire baisser le rendement financier de la monnaie en introduisant de la monnaie estampillée, i.e. devenant caduque après une certaine date (ce qu'ont pratiqué les états successeurs de l'empire Austro-Hongrois lors de la transition entre la monnaie impériale et leur propre monnaie).

(8) et LM (9) et l'on obtient la courbe de demande agrégée (AD), une relation décroissante entre prix et quantités, que l'on peut exprimer algébriquement:

$$P = \frac{M}{Y f^{-1}((1 - m)Y - c_0 - G)}.$$

Le mécanisme par lequel  $P$  réduit  $Y$ , toutes choses égales par ailleurs, montre à quel point l'interprétation de la courbe AD est différente de celle d'une courbe de demande traditionnelle. Une hausse de  $P$  réduit la valeur réelle des encaisses monétaires, ce qui incite les agents à vendre des bons afin de la reconstituer. Ces ventes d'actifs font baisser leur prix et donc augmenter leur rendement (le taux d'intérêt), ce qui réduit les incitations à investir. Cela a un effet négatif sur la demande globale et donc sur l'activité.

Lorsque le prix des tomates augmente, les agents réduisent leur consommation de tomate car il est plus intéressant de les remplacer par des poivrons. La demande de tomates diminue parce que leur prix *relatif* a augmenté. Ici, c'est le niveau général des prix qui augmente – donc une quantité purement *nominale* – et il réduit la demande *réelle*, par un mécanisme de transmission en équilibre général du marché monétaire vers le coût du capital, la demande d'investissement, et enfin la demande de biens. Et ce mécanisme n'opère que parce que la quantité nominale de monnaie est fixée, de sorte que sa quantité réelle est une fonction décroissante du prix. Si la banque centrale fixait  $M$  proportionnellement à  $P$ , la dichotomie classique serait rétablie et la courbe de demande agrégée serait verticale dans le plan  $(Y, P)$ .<sup>6</sup>

La détermination jointe des prix et des quantités est représentée sur la figure 6. Une hausse des dépenses publiques ou de la masse monétaire déplace la courbe AD vers la droite et vers le haut:  $Y$  augmente et  $P$  aussi. La prise

---

<sup>6</sup>Dans le modèle IS-MP, la règle de politique monétaire ne dépend pas du niveau des prix, et la courbe de demande agrégée est verticale en l'absence d'autres rigidités nominales. En effet, si  $P$  double, maintenir le même taux d'intérêt  $i$  implique de doubler  $M$ , la demande de monnaie établissant une relation entre  $M/P$  et  $i$ .

Cependant, on considère que la règle de politique monétaire indexe le taux d'intérêt sur le taux d'inflation avec un coefficient supérieur à 1. Cela signifie que les autorités monétaires s'arrangent pour que le taux d'intérêt réel augmente lorsque l'inflation augmente. Si c'est le cas, alors la courbe AD – une relation négative entre PIB et *niveau des prix* – sera remplacée par une relation négative entre le PIB et le *taux d'inflation*.

en compte des prix introduit un nouveau mécanisme d'éviction: la hausse de  $P$  réduit la demande agrégée, relativement à l'analyse IS-LM où les prix sont considérés comme inchangés, à travers la contraction des encaisses réelles discutées plus haut. Notons aussi qu'une hausse des anticipations d'inflation a un effet expansionniste car elle déplace également la courbe AD vers la droite: c'est l'effet Mundell-Tobin. En effet, le taux d'intérêt nominal ne peut croître du même montant que les anticipations d'inflation. Si c'était le cas,  $Y$  serait inchangé et dans (9) la demande de monnaie serait inférieure à l'offre. Le taux nominal augmente donc nécessairement moins que les anticipations d'inflation, ce qui signifie que le taux d'intérêt réel baisse<sup>7</sup>.

### 3.3 Les chocs d'offre

Le modèle AS-AD permet aussi d'analyser des chocs d'offre. De manière un peu tautologique, ceux-ci sont définis comme déplacements de la courbe AS. En réalité, ils comprennent deux grandes catégories:

- Les chocs sur la capacité productive de l'économie, comme par exemple une hausse de la productivité ou du stock de capital,
- Les chocs sur la formation des prix, comme une hausse du pouvoir de monopole des syndicats ou des entreprises

Pour prendre en compte ces deux sources de chocs, on peut réécrire la courbe d'offre agrégée comme suit:

$$P = h\left(\frac{Y}{Y^*}\right), h' > 0, \quad (10)$$

où  $Y^*$  est le PIB potentiel, interprété comme le niveau du PIB en situation de plein emploi. L'indicateur de "tension" qui intervient dans cette relation est donc  $Y/Y^*$ ; une hausse de  $Y^*$  à  $Y$  donné signifie donc que sous l'effet de la hausse de la productivité (par exemple), les "tensions sur les capacités de production" sont relâchées, ce qui rend l'économie moins inflationniste.

---

<sup>7</sup>Cet effet disparaît et est même inversé dans le modèle IS-MP, voir note précédente.

L'effet d'un choc d'offre sur l'économie est représenté sur la figure 7. Un choc d'offre défavorable réduit l'activité  $Y$  tout en augmentant le niveau général des prix  $P$ .

Ces chocs ont été pris en compte dans les modèles dans les années 70 pour rendre compte des phénomènes de stagflation créés par les deux premiers chocs pétroliers. En réponse à de tels chocs d'offre, l'économie ne se déplace plus le long de la courbe de Phillips, puisque le chômage et l'inflation augmentent simultanément. Cela a constitué une surprise pour les économistes de l'époque qui considéraient la courbe de Phillips comme immuable, jusqu'au jour où ils ont compris que les chocs d'offre déplaçaient cette courbe (ou, de manière équivalente, la courbe d'offre agrégée).

Une hausse du prix des matières premières importées implique une baisse de  $Y^*$ ; en effet, l'activité productive est moins rentable, une partie plus importante des revenus des entreprises étant soustraite afin de payer les matières premières.<sup>8</sup>

### 3.4 Le modèle "classique"

Le modèle dit "classique" est un cas particulier du modèle AS-AD où la courbe d'offre agrégée est verticale à un niveau tel que  $Y = Y^*$ . (Figure 8).

Le niveau général des prix s'ajuste pour maintenir l'économie au plein emploi. L'ajustement simultané de  $i$  et de  $P$  permet de réaliser l'équilibre sur le marché des fonds prêtables au niveau de production de plein-emploi, grâce au taux d'intérêt réel d'équilibre  $r^*$  qui garantit que la demande globale soit égale au PIB potentiel  $Y^*$ , tout en ayant le taux d'intérêt nominal  $i$  qui satisfait à l'équilibre sur le marché monétaire.

Le mécanisme est le suivant: tant que  $Y < Y^*$ , le niveau général des prix baisse – c'est une conséquence du comportement de fixation des prix des entreprises tel que résumé par la courbe d'offre agrégée verticale. Cette baisse ne tend pas par elle-même à rétablir l'équilibre, puisque  $P$  n'apparaît

---

<sup>8</sup>Il en va de même d'une hausse du pouvoir de monopole des syndicats ou des entreprises: à cause du comportement malthusien du monopole, le PIB potentiel  $Y^*$  diminue.

pas dans la courbe IS; cependant, les taux d'intérêt baissent car les agents ajustent leurs encaisses réelles en essayant de convertir leur monnaie en bons; cette baisse des taux stimule la demande à travers l'investissement.

On voit donc que les difficultés conceptuelles associées au modèle classique en l'absence de monnaie, et discutées dans la section 2.1.1, disparaissent ici du fait de la présence de la monnaie. La baisse des prix induite par le déséquilibre sur le marché des biens se traduit désormais par une hausse de la demande agrégée, car elle génère une baisse des taux réels à travers l'équilibre sur le marché de la monnaie.

Les principales propriétés du modèle classique sont les suivantes:

1. La monnaie n'a pas d'effets réels

En effet, puisque  $Y = Y^*$  à l'équilibre, le taux d'intérêt réel est celui qui réalise le plein emploi dans (8), soit

$$r^* = f^{-1}(Y^*(1 - m) - G - c_0), \quad (11)$$

qui ne dépend clairement pas de  $M$ . Le taux nominal correspondant est

$$i^* = r^* + \pi^e.$$

Cette équation est appelée équation de Fisher, elle implique en particulier qu'il n'y a pas d'effet Mundell-Tobin, le taux d'intérêt réel étant indépendant des anticipations d'inflation ainsi d'ailleurs que de la politique monétaire. De plus, d'après (9)

$$P = \frac{M}{Y^*g(i^*)}. \quad (12)$$

Une hausse de la quantité de monnaie se traduit par une hausse proportionnelle du niveau des prix et n'a pas d'effet sur les grandeurs réelles  $C$ ,  $Y$  ou  $r$ .

2. Une hausse des dépenses publiques est sans effet sur  $Y$ ; le taux réel  $r^*$  augmente (cf. (11)), l'investissement chute, le niveau général des prix augmente (en effet,  $i$  augmente du fait de la hausse de  $r^*$ , ce qui réduit la

demande d'encaisses réelles, donc conduit à un niveau de  $P$  plus élevé à  $M$  donné).

Le mécanisme est le suivant: la hausse des dépenses publiques augmente la demande de biens et services; les entreprises s'ajustent en augmentant leurs prix. Les agents, ayant besoin de liquidités supplémentaires pour conduire leurs transactions, vendent des bons pour les convertir en monnaie, ce qui réduit leur prix et augmente leur rendement. L'investissement chute. Le mécanisme se poursuit jusqu'à ce que le niveau d'équilibre du PIB soit rétabli. Il y a donc effet d'éviction complet entre les dépenses publiques et l'investissement privé.

### 3. L'inflation est un phénomène purement monétaire

Considérons une économie à plusieurs périodes où l'équilibre au sein de chaque période  $t$  est décrit par le modèle ci-dessus. Supposons que la banque centrale fasse croître la masse monétaire à taux constant  $\mu$  :

$$M_{t+1} = M_t(1 + \mu).$$

Essayons de caractériser un état "stationnaire" où le taux d'inflation est constant et égal à  $\pi$ . Il est raisonnable de supposer que le long de cet état stationnaire, les anticipations d'inflation sont correctes,  $\pi^e = \pi$ .<sup>9</sup> D'après ce qui précède,  $i^* = r^* + \pi$  est également constant au cours du temps. D'après (12),  $P_t = kM_t$  où  $k = \frac{1}{Y^*g(i^*)}$  est constant au cours du temps. On a donc nécessairement

$$\pi = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{M_{t+1} - M_t}{M_t} = \mu.$$

Le taux d'inflation est égal au taux de croissance de la masse monétaire: la cause ultime de l'inflation est la croissance de la quantité de monnaie.

Remarque: supposons que le PIB potentiel  $Y^*$  croisse à taux constant  $g$ ,

$$Y_{t+1} = Y_t(1 + g),$$

---

<sup>9</sup>En réalité la seule propriété dont nous avons besoin est que  $\pi^e$  soit également constant.

par exemple sous l'effet du progrès technique. Alors  $P_t = k' \frac{M_t}{Y_t}$ , où  $k' = 1/g(i^*)$  est constant au cours du temps. On a

$$1 + \pi = \frac{P_{t+1}}{P_t} = \frac{M_{t+1}}{M_t} \frac{Y_t}{Y_{t+1}} = \frac{1 + \mu}{1 + g} \approx 1 + \mu - g,$$

d'où

$$\pi \approx \mu - g.$$

Le taux d'inflation est égal à la différence entre le taux de croissance de la masse monétaire et le taux de croissance du PIB réel,  $g$ .

### 3.5 La synthèse néo-classique

La synthèse néo-classique constitue le schéma intellectuel commun aux macroéconomistes "orthodoxes". Toute la recherche depuis la fin des années 1980 a consisté à préserver ce schéma, en l'enrichissant et en lui donnant des fondements rationnels, ce qui a permis de passer du cadre simplifié exposé ci-dessus aux modèles DSGE actuels.

La synthèse néo-classique tient en deux propositions:

- A court terme, l'économie se comporte de façon "keynésienne" parce que les prix sont rigides. Cette rigidité est prise en compte par une courbe d'offre agrégée de court terme dont la pente est positive et finie. Plus cette pente est faible, plus les prix sont rigides – plus une hausse de la demande agrégée est expansionniste, moins elle est inflationniste.
- A long terme, l'économie se comporte de façon "classique", car les prix sont flexibles. La courbe d'offre agrégée de long terme est verticale. Le niveau de PIB ne peut être différent de son niveau "naturel"  $Y^*$ .

Remarque: Le niveau naturel  $Y^*$  ne coïncide pas forcément avec le plein emploi. C'est le niveau de production obtenu une fois l'ajustement des prix réalisés. Cet ajustement n'est pas nécessairement concurrentiel, et le niveau d'équilibre des prix relatifs n'est pas nécessairement le même que celui d'un équilibre walrasien.  $Y^*$  peut être inférieur au niveau de plein emploi à cause

de rigidités réelles: pouvoir de monopole, pouvoir syndical, frictions sur le marché du travail, barrières à l'entrée, rigidités microéconomiques empêchant l'ajustement des salaires, etc.

L'effet d'une hausse des dépenses publiques est décrit sur la figure 9. l'économie se trouve initialement au point A. Ce point est un équilibre de long terme: il est situé sur la courbe d'offre agrégée de long terme, le PIB est égal à son niveau naturel,  $Y = Y^*$ . A court terme, le PIB augmente; les prix augmentent aussi mais l'effet d'éviction qu'ils engendrent n'est pas assez fort pour empêcher une expansion. L'économie se déplace le long de la courbe d'offre agrégée de court terme du point A au point B.

A long terme, les prix continuent à augmenter du fait que le PIB est supérieur à son taux naturel  $Y^*$ . Cela signifie que la courbe d'offre agrégée se déplace vers le haut: l'arbitrage entre inflation et activité devient moins favorable. Ces déplacements induisent un mouvement de l'économie du point B vers le point C, qui est son nouvel équilibre de long terme. Pour que le point C constitue un tel équilibre, la courbe de demande agrégée, la courbe d'offre agrégée de long terme et celle de court terme doivent nécessairement se couper au point C.

La politique budgétaire – et plus généralement les politiques de demande – n'ont donc qu'un effet de court terme sur l'activité. A long terme le PIB est ramené vers son niveau naturel sous l'effet de l'ajustement des prix.

Le modèle est jusqu'ici muet sur les mécanismes économiques sous-jacents aux déplacements de la courbe de demande agrégée. Une formule telle que (10) ne dit rien sur les raisons pour lesquelles la fonction  $h()$  pourrait changer. Cette opacité résulte de l'absence de fondements microéconomiques pour la courbe d'offre agrégée. Une fois de tels fondements introduits, on verra que la fonction  $h$  doit être étendue pour prendre en compte les anticipations des agents, de telle sorte que  $Y$  ne peut pas être différent de  $Y^*$  si ces anticipations sont correctes. C'est donc l'ajustement de ces anticipations qui déplace la courbe AS pour ramener l'économie à son taux naturel.

Historiquement, ce n'est que sous l'effet des déplacements de la courbe

de Phillips pendant les années 60 que l'on a pris conscience qu'une relation telle que (10) n'était pas stable. On considérait auparavant l'essence de la politique macroéconomique comme consistant pour les décideurs à choisir leur point préféré sur une relation décroissante stable entre inflation et chômage ("inflation-output tradeoff"). Ainsi, un gouvernement "de gauche" pour lequel le chômage est plus coûteux que l'inflation, choisirait un point tel que G sur la figure 10, tandis qu'un gouvernement "de droite" privilégiant la stabilité des prix opterait pour le point D.

Cette conception a été battue en brèche par la synthèse néoclassique puisqu'elle prédit qu'un tel choix n'est possible qu'à court terme. Ainsi, un gouvernement "de gauche" qui tenterait de faire baisser le chômage au-dessous de son taux naturel augmenterait les dépenses publiques pour amener l'économie à un point tel que B sur la figure 9, et à long terme ne parviendrait ainsi qu'à créer de l'inflation.

## 4 Critique du modèle IS-LM/AS-AD

L'instabilité de la courbe de Phillips dans les années 1960 a débouché sur une critique du modèle AS-AD qui s'est traduite par la révolution des anticipations rationnelles, laquelle a conduit à refonder la macroéconomie sur des bases microéconomiques explicites.

Le modèle AS-AD manque de fondements microéconomiques. Notamment:

- Il ignore les aspects intertemporels du comportement des agents (pourquoi épargne-t-on? Pourquoi les entreprises investissent-elles? Pourquoi détient-on de la monnaie?)
- Il ignore le rôle des anticipations (comment mes croyances sur le futur influent-elles sur mon comportement présent? Comment ces anticipations sont-elles déterminées?)
- Il ignore la contrainte budgétaire du gouvernement (comment les dépenses publiques sont-elles financées? Quelles sont les conséquences du fait que la dette publique doive être remboursée?)

La synthèse néoclassique est silencieuse sur l'articulation entre le court terme et le long-terme: à quelle vitesse la courbe d'offre de court-terme se déplace-t-elle? Sous l'effet de quelles forces?

A la suite de ces critiques, sont nées des controverses entre "nouveaux classiques" et "nouveaux keynésiens".

Pour les "nouveaux classiques", le modèle AS-AD n'est pas viable. On doit l'oublier et refonder la macroéconomie à partir de la théorie microéconomique de l'équilibre général.

Pour les nouveaux keynésiens, le modèle AS-AD doit être réparé. On doit lui trouver des fondements microéconomiques compatibles avec ses caractéristiques fondamentales: prépondérance de la demande dans la détermination de court terme de l'activité, inefficacité des fluctuations du point de vue du

bien-être social, rôle du gouvernement dans la stabilisation de ces fluctuations, arbitrage entre inflation et chômage. Compte tenu de ces aspects, les fondations doivent nécessairement impliquer des *imperfections de marché*.

## 4.1 Les fondements

La littérature sur les fondements peut se répartir en deux grandes classes de modèles:

- Ceux qui s'intéressent à la demande agrégée, et qu'on peut répartir en deux sous-catégories. D'une part, les travaux qui s'attachent à déduire les différentes composantes de la demande agrégée: fonction de consommation, fonction d'investissement, stocks, demande de monnaie, etc, de comportements d'optimisation de la part des entreprises et des ménages. D'autre part, ceux qui se préoccupent de l'allocation des ressources en équilibre général lorsque les prix ne s'ajustent pas. Dans une telle situation, il y aura du rationnement et l'on veut savoir dans quelle mesure ce rationnement valide les intuitions keynésiennes.
- Ceux qui s'intéressent à la formation des prix, donc aux fondements de l'offre agrégée. On distingue entre les modèles d'équilibre où une courbe de Phillips existe malgré le caractère purement nominal de l'inflation – comme le fameux modèle de misperceptions de Lucas, et des modèles incorporant explicitement les rigidités nominales de prix, mais considérant ceux-ci comme endogènes et fixés optimalement par les agents, compte tenu de ces rigidités.

## 5 Les fondements de la demande agrégée

### 5.1 La théorie du revenu permanent

Considérons un consommateur vivant deux périodes, dont le revenu à la date  $t$  est  $y_t$ , pouvant librement prêter et emprunter à taux réel  $r$  entre ces deux dates<sup>10</sup>. Soit  $c_t$  la consommation à la date  $t$ . La fonction d'utilité du consommateur est  $u(c_1, c_2)$  et sa contrainte budgétaire peut s'écrire comme suit:

$$c_2 = y_2 + (1 + r)(y_1 - c_1). \quad (13)$$

Le plan optimal de consommation satisfait au programme suivant

$$\max_{c_1} u(c_1, (1 + r)[R - c_1]),$$

où

$$R = y_1 + \frac{y_2}{1 + r}$$

est la valeur actualisée des revenus du consommateur, dite encore *revenu permanent*.

Le plan optimal de consommation ne dépend donc du flux de revenu  $(y_1, y_2)$  qu'à travers le revenu permanent  $R$ . En l'absence d'information sur le revenu futur, celui-ci sera naturellement remplacé par sa valeur anticipée  $y_2^a$ . On aura donc

$$c_1 = f(R^a, r),$$

avec

$$R^a = y_1 + \frac{y_2^a}{1 + r}.$$

Supposons maintenant les préférences *homothétiques*. Cela signifie que le ratio  $k = c_2/c_1$  ne dépend que des prix (ici le taux réel  $r$ ) et pas du revenu total  $R$ . Puisque  $c_2 = (1 + r)(R - c_1)$  une hausse de  $R$  à  $r$  donné doit

---

<sup>10</sup>Voir l'annexe mathématique pour les rudiments d'optimisation et un bref rappel des notions microéconomiques utilisées ici.

nécessairement se traduire par une augmentation proportionnelle de  $c_1$  et de  $c_2$ . En effet cette relation est équivalente à

$$c_1 = \frac{1+r}{1+r+k}R,$$

avec  $k$  indépendant de  $R$ .<sup>11</sup> La forme de la fonction  $f$  est donc  $f(R^a, r) = g(r)R^a$ .

Cette relation peut se généraliser au cas d'un consommateur vivant un grand nombre de périodes. Il est commode de considérer ce nombre comme infini. Le revenu permanent à la date  $t$  est alors égal à

$$R_t^a = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{y_{t+i}^a}{(1+r)^i},$$

et la consommation à la date  $t$  est égale à

$$c_t = g(r)R_t^a.$$

Cette fonction de consommation a des propriétés sensiblement différentes de la fonction de consommation keynésienne traditionnelle  $C = mY + c_0$ . En particulier:

1. La propension marginale à consommer n'est pas un paramètre structurel. Elle dépend non seulement du taux d'intérêt mais aussi et surtout du caractère permanent ou temporaire des changements de revenus envisagés. Considérons une hausse du revenu égale à  $\Delta y$ . Si cette hausse est permanente, et connue comme telle, elle induit une hausse du revenu permanent égale à

$$\begin{aligned} \Delta R_t^a &= \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{\Delta y}{(1+r)^i} = \Delta y \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \\ &= \Delta y \left[ \frac{1}{1 - \frac{1}{1+r}} \right] = \frac{1+r}{r} \Delta y. \end{aligned}$$

---

<sup>11</sup>En d'autres termes les *courbes d'Engel*, qui relient la consommation d'un bien donné au revenu, à prix donnés, dans le plan (revenu, consommation), sont des droites passant par l'origine.

La propension marginale à consommer une hausse permanente du revenu est donc égale à

$$m_P = g(r) \frac{1+r}{r}.$$

Considérons une hausse transitoire du revenu. Supposons que celui-ci n'augmente de  $\Delta y$  que pendant la période  $t$ . Alors on a désormais

$$\Delta R_t^a = \Delta y,$$

d'où l'on déduit que la propension marginale à consommer une hausse transitoire du revenu est

$$m_T = g(r).$$

Avec un taux d'intérêt de 5%,  $m_T$  est environ 20 fois inférieure à  $m_P$ .

2. Une fonction de consommation estimée sur données économétriques conduit à une mauvaise estimation du multiplicateur. Supposons que le revenu du consommateur soit soumis à des chocs aléatoires persistants, de sorte qu'il est représentable par un processus dit "AR1" (autorégressif d'ordre 1):

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (14)$$

Dans cette expression,  $\varepsilon_t$  est un choc indépendant et identiquement distribué. Pour éviter des dynamiques explosives, on supposera  $\rho \in [0, 1)$ . La réponse dynamique du revenu  $y$  à un choc  $\varepsilon$  décroît exponentiellement avec le temps, et est d'autant plus persistante que  $\rho$  est élevé. En effet,

$$\frac{dy_{t+i}}{d\varepsilon_t} = \rho \frac{dy_{t+i-1}}{d\varepsilon_t} = \dots = \rho^i \frac{dy_t}{d\varepsilon_t} = \rho^i. \quad (15)$$

La figure 11 compare la réponse de  $y$  à un choc  $\varepsilon$  entre deux valeurs de  $\rho$ .

Comment un choc sur le revenu à la date  $t$  affecte-t-il le revenu permanent? Supposons que les consommateurs anticipent correctement la réponse de l'économie au choc, soit  $\frac{dy_{t+i}^a}{d\varepsilon_t} = \frac{dy_{t+i}}{d\varepsilon_t}$ . On doit avoir

$$\begin{aligned} \frac{dR_t^a}{d\varepsilon_t} &= \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{1}{(1+r)^i} \frac{dy_{t+i}^a}{d\varepsilon_t} \\ &= \sum_{i=0}^{+\infty} \left[ \frac{\rho}{1+r} \right]^i = \frac{1}{1 - \frac{\rho}{1+r}} = \frac{r}{1+r-\rho}. \end{aligned}$$

D'où

$$\frac{dc_t}{d\varepsilon_t} = \frac{rg(r)}{1+r-\rho} = m_D.$$

Dans un échantillon de données où le revenu est régi par le processus (14), un choc de revenu de un euro se traduit par une hausse de la consommation courante de  $m_D$  euros. Notons que  $m_D$  est d'autant plus élevé que les chocs de revenu sont persistants, i.e. que  $\rho$  est élevé. Un économètre qui estimerait une fonction de consommation keynésienne sur un tel échantillon en conclurait donc que la propension marginale à consommer le revenu est  $m_D$ . Il traiterait cette quantité comme un paramètre structurel qui caractérise le comportement des consommateurs. Supposons maintenant que sur la base d'une telle estimation, le gouvernement mette en place des mesures de stimulations fiscale *temporaires* qui augmentent le revenu uniquement à la date  $t$ . Ignorons pour simplifier les effets d'éviction. Le gouvernement s'attend à ce que sa politique ait un effet multiplicateur sur le PIB égal à  $\frac{1}{1-m_D}$ . En réalité la propension marginale à consommer sera plus faible car égale à  $m_T$ , le multiplicateur égal à  $\frac{1}{1-m_T}$  sera également plus faible. La propension à consommer observée dans les données reflète la persistance moyenne des chocs dans l'échantillon, persistance égale à  $\rho$ ; cette grandeur n'est pas pertinente pour analyser l'impact d'un choc sur le revenu artificiellement créé par les autorités budgétaires et dont la persistance sera a priori différente de  $\rho$ .

3. La politique budgétaire peut avoir des effets contra-cycliques sur la consommation. L'idée est la suivante: une hausse des déficits publics a un effet stimulant sur l'activité à court terme, mais elle implique une hausse de la dette publique et donc des impôts futurs. Ces hausses d'impôts anticipées peuvent en principe réduire les revenus futurs au point que le revenu permanent baisse. Si c'est le cas, la consommation baissera. Pour une économie dans une situation fiscale critique, une hausse des déficits peut avoir un effet important sur la probabilité de défaut souverain. On sait que de tels épisodes peuvent avoir un effet très néfaste sur l'économie. Dans une telle situation, il n'est pas à exclure que la consommation courante chute plus que la quantité d'euros injectés dans l'économie par la politique budgétaire (i.e. tout se

se passe comme si l'on avait  $dC/dg < -1$ ) et les déficits peuvent être contractionnistes. Ces effets passent entièrement par la réaction des anticipations et ne peuvent pas être pris en compte par une fonction de consommation keynésienne traditionnelle.

## 5.2 La théorie du $q$ de Tobin

La théorie du  $q$  de Tobin est la contrepartie pour l'investissement de la théorie du revenu permanent pour la consommation. Elle prédit que l'investissement courant est affecté de manière cruciale par les perspectives de profitabilité future. De plus, ces perspectives sont reflétées par la *valeur boursière de l'entreprise*. L'idée fondamentale est que l'acte d'investir consiste à transformer du capital non installé (par exemple des câbles électriques achetés chez un grossiste) en capital installé (ces mêmes câbles encastrés dans les parois et connectés au circuit d'alimentation d'une usine). La valeur du capital installé n'est autre que la valeur boursière de l'entreprise considérée.

Considérons une entreprise qui dispose d'un capital égal à  $k_t$  à la date  $t$ . Ce capital permet de produire et génère un flux de profits réels  $\pi_t(k_t)$  qui sont reversés aux actionnaires de l'entreprise. La contribution au revenu permanent des actionnaires de ces profits est donc simplement égale à

$$V_t(k_t) = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{\pi_{t+i}(k_{t+i})}{(1+r)^i}, \quad (16)$$

où, comme dans la section précédente,  $r$  est le taux d'intérêt réel entre deux périodes consécutives, supposé constant. Le revenu permanent de ces actionnaires est inchangé si à la place de ce flux de dividendes on leur versait immédiatement une somme égale à  $V(k_t)$ .  $V(k_t)$  est donc le prix auquel ils sont prêts à vendre leurs actions, c'est donc la valeur boursière de l'entreprise. Si celle-ci était supérieure à  $V(k_t)$  tout le monde vendrait et le prix chuterait, s'il lui était inférieur il serait profitable pour tout le monde d'acheter et le prix augmenterait. La valeur du capital installé de l'entreprise ne peut donc être différente de  $V$ .<sup>12</sup>

---

<sup>12</sup>En réalité, notre raisonnement ignore la possibilité de *bulles spéculatives*. Il est exact

Le stock de capital suit l'équation d'évolution suivante:

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + I_t,$$

où  $I_t$  est l'investissement à la date  $t$  et  $\delta$  le taux de dépréciation du capital.

Pour augmenter son capital d'une unité à  $t$ , l'entreprise doit donc augmenter  $I_t$  d'une unité. On suppose que le prix d'achat des biens d'investissements est  $p_{Kt}$ , et que par ailleurs il existe des coûts convexes d'installation du capital, ceux-ci d'autant plus grands que l'investissement est élevé. Le coût total de l'investissement est donc

$$C_t(I_t) = p_{Kt}(I_t + c(I_t)).$$

Cette formule signifie que pour installer chaque unité d'investissement, on doit payer un coût égal à  $c(I)$  unités de bien d'investissement. On suppose la fonction de coût unitaire d'installation  $c()$  telle que  $c, c', c'' > 0$  pour  $I > 0$  avec  $c(0) = c'(0) = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow \infty} c(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} c'(x) = +\infty$ . Ces hypothèses signifient en particulier que le coût marginal d'installation de la première unité de capital supplémentaire est négligeable ( $c'(0) = 0$ ), mais

---

que (16) définit l'équivalent monétaire du flux de dividendes versé aux actionnaires de l'entreprise entre les dates  $t$  et  $+\infty$ . Cependant, ceux-ci ont la possibilité de revendre leurs actions plutôt que de les détenir indéfiniment. Le prix actuel peut s'élever au-dessus de  $V_t(k_t)$ , de manière auto-réalisatrice, sous l'effet d'anticipations de prix futurs eux-mêmes plus élevés que  $V(k)$ . La différence entre la valeur de marché de l'entreprise et sa valeur "fondamentale"  $V(k)$  est une "bulle". Sa valeur présente ne tient qu'au fait qu'on pourra la revendre à un prix non nul à une date future, et ce prix futur est lui-même non nul que parce qu'on pourra revendre la bulle à un prix positif à une date future encore plus éloignée, etc.

Si l'entreprise a une date de liquidation finie, alors sa valeur tombe à zéro à cette date et ses actions sont détruites. Dans ce cas, une bulle spéculative ne peut pas émerger et la valeur de l'entreprise est nécessairement égale à

$$V_t(k_t) = \sum_{i=0}^{T-t} \frac{\pi_{t+i}(k_{t+i})}{(1+r)^i},$$

où  $T$  est la date de liquidation de l'entreprise.

Une bulle s'apparente à un jeu de Ponzi ou à une chaîne pyramidale: ce n'est que parce qu'on pourra la revendre à de nouveaux acheteurs futurs qu'il est rationnel de la détenir, et ces acheteurs futurs anticipent eux-mêmes de la revendre à d'autres acquéreurs, etc.

que ce coût augmente au fur et à mesure que l'on installe du capital supplémentaire ( $c'' > 0$ ) qu'il devient infini lorsque la taille de l'investissement devient arbitrairement grande ( $\lim_{x \rightarrow \infty} c'(x) = +\infty$ ).

L'entreprise choisit  $I$  de manière à maximiser la valeur du capital installé nette des coûts d'investissement soit, à la date  $t$  :

$$\max V_t(k_t) - C_t(I_t).$$

La condition d'optimalité est

$$p_{Kt}(1 + c'(I_t)) = V'(k_t). \quad (17)$$

Soit  $g = c'^{-1}$ , qui comme  $c()$  est continue et strictement croissante. On a

$$I_t = g\left(\frac{V'_t}{p_{Kt}} - 1\right).$$

L'investissement est une fonction croissante du ratio entre son effet marginal sur la valeur de l'entreprise,  $V'_t$ , et le prix d'achat du capital productif,  $p_{Kt}$ . L'entreprise investira tant que, et d'autant plus que la valeur marginale de l'investissement est élevée relativement à son prix d'achat. Le ratio  $q = \frac{V'}{p_K}$  est appelé *q marginal*. Notons que puisque  $c'(0) = 0$ ,  $g(0) = 0$ . Donc si le  $q$  marginal est égal à 1, l'investissement est nul, le capital installé n'acquérant pas de valeur supplémentaire par rapport à son prix d'achat. Plus  $q$  est élevé, plus il est rentable d'investir, et plus l'entreprise est prête à consentir des coûts d'installation élevés pour convertir les biens d'investissement en capital installé. C'est là le sens de l'équation (17).

Il est facile de calculer  $V'$ . L'effet d'une unité supplémentaire de capital à la date  $t$  sur le capital à la date  $t + i$  se calcule de façon formellement comparable à (15):

$$\frac{dk_{t+i}}{dk_t} = (1 - \delta) \frac{dk_{t+i-1}}{dk_t} = \dots = (1 - \delta)^i \frac{dk_t}{dk_t} = (1 - \delta)^i. \quad (18)$$

Il ne reste ensuite qu'à différentier (16):

$$V'_t(k_t) = \sum_{i=0}^{+\infty} \left( \frac{1-\delta}{1+r} \right)^i \pi'_{t+i}(k_{t+i}). \quad (19)$$

Cette formule nous dit que la valeur marginale d'une unité supplémentaire de capital à la date  $t$  est égale à la somme actualisée des profits supplémentaires engendrés par cette unité entre  $t$  et  $+\infty$ . Le facteur  $\left(\frac{1-\delta}{1+r}\right)^i$  rend compte du fait que les flux futurs de revenus réels sont actualisés au taux  $r$  et que l'unité de capital supplémentaire s'amenuise au taux  $\delta$ .

Notons que  $V'$ , et donc  $q$ , décroît avec  $r$ . Le fait que  $I$  ne dépende que de  $q$  n'évacue pas la dépendance traditionnelle de  $I$  par rapport au taux d'intérêt réel. Une hausse de ce dernier réduit  $q$  mécaniquement en réduisant la valeur présente des profits marginaux futurs. La formule précédente implique aussi (comme pour la théorie du revenu permanent) que les anticipations sur la profitabilité future ont un impact sur l'investissement courant. Ainsi, si  $\pi'_{t+i}$  baisse à la date  $t+i$ , peut-être parce que l'on anticipe une récession ou une hausse du prix des matières premières,  $q_t$  baisse et l'investissement baisse dès la date  $t$ . Réduire son investissement aujourd'hui en anticipant les baisses futures de profitabilité du capital permet de lisser les coûts d'installation de ce dernier, de la même manière que, dans la théorie du revenu permanent, une réduction du revenu à une période donnée se traduit par une baisse de la consommation à toutes les périodes, car le consommateur désire lisser son profil de consommation au cours du temps.

Enfin, si les rendements sont constants, alors les profits sont proportionnels au capital de l'entreprise. La fonction  $\pi$  est donc linéaire en  $k$  :  $\pi_t(k_t) = \pi_t k_t$ . On a alors  $\pi'_t(k_t) = \pi_t$ .  $\pi'$  ne dépend pas de  $k$ , et d'après (19),  $V'$  non plus. La valeur boursière du capital installé est donc proportionnelle à celui-ci :

$$V_t(K_t) = \omega_t K_t, V'_t(K_t) = \omega_t.$$

On a alors

$$q = \frac{\omega_t}{p_{Kt}} = \frac{\omega_t K_t}{p_{Kt} K_t} = \frac{V(K_t)}{p_{Kt} K_t}.$$

Le  $q$  marginal coïncide avec le  $q$  moyen de Tobin, défini comme le ratio entre la valeur boursière du capital productif de l'entreprise  $V(K_t)$  et le coût de remplacement de ce capital,  $p_{K_t}K_t$ .

### 5.3 La demande de monnaie: la contrainte *cash in advance* et le modèle de Baumol-Tobin

Si les fondements de la courbe IS tels que nous venons de les analyser impliquent des fonctions de consommation et d'investissement fort différentes de celles supposées par l'approche keynésienne traditionnelle, en revanche la courbe LM est peu différente de ce que prédit un modèle théorique fondé sur l'optimisation. C'est le principal enseignement du modèle de demande de monnaie de Baumol-Tobin.

Pour que la demande de monnaie soit non nulle, il est nécessaire que les agents aient un motif pour la détenir, en dépit de son caractère intrinsèquement inutile. On formalise simplement l'idée que la monnaie est un moyen d'échange en supposant que les agents sont soumis à une contrainte dite *cash in advance*: ils ne peuvent conduire une transaction que s'ils disposent d'une quantité de monnaie égale au même montant. Cette contrainte est cependant insuffisante pour éviter que la demande de monnaie soit nulle, parce que les agents pourraient se procurer les liquidités nécessaires dans l'instant qui précède les transactions à effectuer; ils ne détiendraient de la monnaie que pendant une durée infinitésimale, de sorte que leur moyenne d'encaisses serait nulle. Pour éviter cette difficulté, on suppose qu'il faut payer un coût fixe chaque fois que l'on retire de l'argent (le fameux *shoeleather cost* de se rendre à la banque ou au distributeur automatique).

Ainsi, Baumol et Tobin considèrent un consommateur qui doit financer un flux d'achats égal à  $T$  par unité de temps, est soumis à une contrainte de cash-in-advance et doit payer un coût fixe  $b$  à chaque retrait d'argent. Ce consommateur doit décider de la fréquence optimale de ses trajets à la banque. S'il se rend plus fréquemment à la banque, il peut laisser un solde en moyenne plus élevé sur son compte, ce qui lui rapporte plus d'intérêts; en

revanche, il doit payer le coût  $b$  plus souvent.

Soit  $C$  la quantité retirée à la banque à chaque trajet. Celle-ci est épuisée au bout d'un temps  $t = C/T$ . Le nombre de déplacements par période est donc égal à

$$n = \frac{1}{t} = \frac{T}{C}.$$

La figure 12 décrit l'évolution des encaisses monétaires détenues par l'agent au cours du temps.

Entre deux trajets, cette quantité baisse linéairement de  $C$  à 0. En moyenne, la quantité détenue est donc égale à  $C/2$ . Le coût d'opportunité financier, par unité de temps, de la stratégie de l'agent est égal aux intérêts non perçus sur cette quantité, soit  $iC/2$ , où  $i$  est le taux d'intérêt nominal. Le coût des déplacements à la banque par unité de temps est lui égal à  $bn = bT/C$ . Le consommateur choisit donc  $C$  de façon à résoudre le programme suivant:

$$\min_C L(C) = \frac{iC}{2} + b\frac{T}{C}.$$

La valeur optimale de  $C$  est déterminée par la condition du premier ordre,  $L'(C) = 0$ , soit encore

$$\frac{i}{2} - \frac{bT}{C^2} = 0.$$

La demande de monnaie  $M^d$  est égale à  $C/2$ , d'où

$$M^d = \sqrt{\frac{bT}{2i}}.$$

Le modèle prédit une élasticité au taux d'intérêt bien spécifique et égale à  $-1/2$ . Cette grandeur n'est pas incompatible avec celles obtenue dans la littérature empirique (voir par exemple Hoffman et Rasche, 1991).

Les grandeurs  $b$  et  $T$  sont spécifiées en termes nominaux. Soit  $P$  le niveau général des prix,  $\beta$  le coût réel des déplacements à la banque et  $Y$  le volume réel des transactions, interprété comme le PIB. Alors  $\beta = b/P$  et  $Y = T/P$ . La demande de monnaie peut être réécrite comme

$$\frac{M^d}{P} = \sqrt{\frac{\beta Y}{2i}} \quad (20)$$

Comme dans l'équation (9), la demande d'encaisses nominales est proportionnelle au niveau général des prix. En revanche, (20) semble prédire une élasticité-revenu de la demande de monnaie égale à  $1/2$ , tandis qu'on a supposé dans (9) une élasticité unitaire. Notons que cette différence ne change rien à l'analyse du modèle IS-LM-AS. Elle est dû au fait qu'une augmentation du volume des transactions à  $\beta$  inchangé se traduirait, en l'absence d'un réajustement de la fréquence  $n$ , par une hausse proportionnelle de la monnaie détenue et donc du coût financier correspondant, alors que le coût des déplacements serait lui inchangé. Il est préférable de ne pas augmenter ses encaisses proportionnellement et de se rendre plus souvent à la banque – ceci permet d'obtenir un meilleur équilibre entre les coûts d'opportunité financiers de détention d'encaisses et les *shoelather costs*. Cependant, il est raisonnable de supposer que dans la plupart des cas, une hausse de  $Y$  se traduira par une hausse proportionnelle de  $\beta$ . Par exemple, une hausse de la productivité affectera proportionnellement la production et les salaires. Si  $\beta$  est le coût d'opportunité du temps consacré aux trajets (c'est à dire les revenus qui auraient été perçus si ce temps avait été consacré au travail), alors il est lui-même proportionnel au salaire. On s'attend donc à ce qu'une hausse de la productivité augmente  $\beta$  et  $Y$  dans les mêmes proportions, ainsi donc que la quantité  $\sqrt{\beta Y}$  et la demande de monnaie. La formulation (9) n'est donc pas a priori incompatible avec le modèle de Baumol-Tobin.

## 6 L'équilibre à prix fixes

Puisque la rigidité des prix joue un rôle important dans l'équilibre de sous-emploi, il est naturel d'étudier un modèle d'équilibre général à prix fixes, c'est à dire considérés comme exogènes. Ces prix diffèreront en général des prix d'équilibre walrasien. Sur chaque marché, l'offre sera différente de la demande et l'allocation des ressources soumise à un processus de *rationnement*. On suppose généralement que le côté "long" du marché est rationné. Si, sur un marché donné, l'offre est supérieure à la demande, la quantité échangée est égale à la quantité demandée et les producteurs ne peuvent pas produire autant qu'ils le veulent. Si c'est la demande qui est supérieure à l'offre, ce sont les consommateurs qui ne peuvent pas acheter autant du bien qu'ils le désireraient.

Une intuition keynésienne de base est que "la crise nourrit la crise": les travailleurs, se trouvant au chômage, voient leurs revenus diminuer, ce qui réduit leur demande de biens de consommation, aggravant les difficultés des entreprises, les conduisant à des licenciements supplémentaires, etc. Ce raisonnement suppose une boucle de feed-back entre le rationnement sur le marché du travail (les chômeurs ne trouvent pas d'emploi parce que l'offre de travail est supérieure à la demande) et le rationnement sur le marché des biens (les entreprises n'écoulent pas leurs produits parce que l'offre de biens est supérieure à la demande). Ce mécanisme est un mécanisme d'équilibre général au sens où il fait intervenir des interactions entre différents marchés: le marché des biens et le marché du travail. On attend d'un modèle d'équilibre général à prix fixes qu'il puisse prédire la possibilité d'un tel régime de sous-emploi keynésien.

La première difficulté conceptuelle, lorsque l'on considère un équilibre avec rationnement, est que celui-ci pâtit d'une indétermination fondamentale. En effet, de par la loi de Walras, la somme de tous les revenus est égale à la valeur totale de toutes les quantités produites. Si ces quantités sont contraintes par la demande, on peut, partant d'un équilibre donné, réduire le

revenu total d'une quantité arbitraire (par exemple 5 Euros) et construire un autre équilibre où la demande globale est également réduite de 5 euros, ce qui valide la croyance selon laquelle les revenus sont plus faibles. En d'autres termes, le revenu et la demande globale sont indéterminés, parce que l'équilibre implique seulement qu'ils doivent être égaux entre eux, et ne détermine pas leur niveau. Cette indétermination fondamentale est sans doute le fondement de l'intuition keynésienne selon laquelle l'équilibre macroéconomique est instable et qu'on peut se coordonner sur un équilibre de sous-emploi. Mais ceci est peu opérationnel parce qu'on ne sait pas quel équilibre choisir parmi l'infinité d'équilibres de sous-emploi ainsi produits (dans le cas walrasien, on suppose par hypothèse que les agents ne font face à aucune contrainte de rationnement et que les prix relatifs sont compatibles avec l'égalité entre l'offre et la demande sur tous les marchés; mais dans un équilibre à prix fixe les contraintes de rationnement des producteurs sont endogènes et déterminées par le revenu des consommateurs, qu'ils perçoivent par ailleurs dans leurs activités de production, d'où l'indétermination). Dans le modèle IS-LM on considère l'équilibre à une date donnée en s'abstenant de formaliser le futur et en supposant la propension marginale à consommer le revenu courant inférieure à 1. Une baisse du revenu *courant* de 5 euros engendre donc une baisse de la demande *courante* inférieure à 5 euros; l'anticipation d'une telle baisse n'est donc pas autoréalisatrice et l'équilibre est donc unique. Mais l'indétermination que nous venons de mettre en lumière réapparaît dès lors que l'on considère un modèle bouclé où les consommateurs, sujets à leur contrainte budgétaire intertemporelle, allouent leur demande optimalement sur la totalité des biens et des périodes. Une façon de briser cette indétermination est d'introduire la monnaie. Contrairement aux autres biens, la quantité de monnaie ne peut pas baisser sous l'effet d'une baisse de la demande de monnaie parce que celle-ci n'est pas produite par les agents privés mais par la banque centrale, en une quantité fixe et exogène. En conséquence, parmi tous les équilibres de sous-emploi, il n'en existe qu'un qui est compatible avec la détention par les agents d'une quantité de monnaie exactement égale

à celle choisie par la banque centrale. Dans le modèle que l'on va voir, la demande de monnaie provient simplement du fait que celle-ci entre dans la fonction d'utilité. Une hausse de revenu est répartie entre les agents entre une hausse de la demande de biens de consommation et une hausse de la demande de monnaie, ce qui implique une propension marginale à consommer le revenu inférieure à 1 comme dans le modèle IS-LM, rétablissant l'unicité de l'équilibre.

## 6.1 Le modèle (Barro-Grossman, 1971)

Il existe un consommateur représentatif dont la fonction d'utilité est

$$U(C, M) = \theta \ln C + (1 - \theta) \ln \frac{M}{p}.$$

$C$  est la quantité consommée d'un unique bien final,  $M$  est la quantité de monnaie détenue et  $p$  est le niveau général des prix. Le consommateur est doté d'une unité de travail qu'il offre sur le marché de façon inélastique. Il est propriétaire de l'entreprise représentative, dont les profits lui sont reversés. Cette entreprise a une fonction de production

$$Y = L^\alpha,$$

où  $L$  est l'emploi et  $Y$  est la production, avec  $0 < \alpha < 1$ . Le profit de l'entreprise est donc égal à

$$\pi = pL^\alpha - wL,$$

où  $w$  est le salaire.

Le gouvernement émet la monnaie  $M$ ; pour se la procurer, les ménages doivent transférer au gouvernement des ressources de valeur égale (le seigneurage). Le gouvernement utilise ses revenus de la façon suivante: une partie  $pG$  est utilisée pour financer les dépenses publiques, dont le niveau réel est  $G$ . Le reste,  $S = M - pG$  est reversé aux ménages<sup>13</sup>. Le revenu du ménage représen-

---

<sup>13</sup>Si  $pG > M$ , on peut considérer que le gouvernement prélève une taxe forfaitaire sur les ménages égale à  $pG - M$ .

tatif est donc

$$R = S + \pi + wL = M + p(Y - G).$$

On peut alors calculer la demande de bien et de monnaie du consommateur, qui résoud le programme suivant:

$$\max_{C, M} U(C, M)$$

$$s.c. pC + M \leq R.$$

La solution est

$$\begin{aligned} C &= \theta \frac{R}{p} = \tilde{C}(R, p), \\ M &= (1 - \theta)R = \tilde{M}(R), \end{aligned}$$

En remplaçant  $R$  par sa valeur, on peut réécrire

$$\begin{aligned} \tilde{C} &= \frac{\theta}{p}(M + p(Y - G)) \\ \tilde{M} &= (1 - \theta)(M + p(Y - G)). \end{aligned} \tag{21}$$

## 6.2 L'équilibre walrasien

Il est facile de calculer l'équilibre walrasien de cette économie. Cela nous servira de base de comparaison pour étudier les équilibres à prix fixes.

La demande de travail est déterminée par la maximisation du profit des entreprises:

$$\max_L \pi = pL^\alpha - wL.$$

La condition du premier ordre est

$$\alpha pL^{\alpha-1} - w = 0.$$

D'où la demande de travail, fonction décroissante du salaire réel  $w/p$  :

$$L^d\left(\frac{w}{p}\right) = \left(\frac{w}{\alpha p}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (22)$$

L'offre de travail est  $L^s = 1$ . L'équilibre sur le marché du travail détermine donc le salaire réel de façon unique:

$$w = \alpha p.$$

L'équilibre sur le marché des biens s'écrit

$$C + G = Y.$$

La demande de biens est déterminée par (21), et puisque  $L = 1$  on a également  $Y = 1$ . Donc

$$C = 1 - G = \tilde{C} = \frac{\theta}{p}(M + p(1 - G)),$$

ce qui permet de calculer le prix d'équilibre

$$p = \frac{\theta M}{(1 - G)(1 - \theta)}, \quad (23)$$

d'où évidemment

$$w = \frac{\alpha \theta M}{(1 - G)(1 - \theta)}. \quad (24)$$

Les propriétés du modèle classique sont vérifiées. En particulier:

- Monnaie et dépenses publiques sont sans effet sur l'activité:  $\frac{dY}{dM} = \frac{dC}{dM} = \frac{dY}{dG} = 0$
- Il y a effet d'éviction à 100% entre dépenses publiques et consommation privée:  $\frac{dC}{dG} = -1$
- La monnaie augmente proportionnellement les prix:  $\frac{M}{p} \frac{dp}{dM} = \frac{M}{w} \frac{dw}{dM} = 1$

- Les dépenses publiques augmentent le niveau des prix, car la demande de monnaie est proportionnelle à la consommation et celle-ci baisse:  $\frac{dp}{dG} > 0$ . Lorsque  $G$  augmente, le revenu disponible des agents diminue et ils tentent de répartir cette baisse entre baisse de la consommation et baisse de leurs encaisses réelles. L'effet d'impact de cette tentative d'ajustement est que la demande de biens est supérieure à l'offre, tandis que la demande de monnaie est inférieure à l'offre. Il en résulte des pressions inflationnistes qui conduisent à une hausse des prix. Il en va de même dans le modèle AS-AD lorsque la courbe AS est verticale, sous l'effet d'un déplacement de la courbe AD.

### 6.3 L'équilibre à prix fixes: le régime de chômage keynésien

Supposons maintenant que les prix soient fixes et exogènes, et donc différent en général des niveaux walrasiens définis par (23) et (24). L'allocation des ressources se fera par le rationnement, et l'on suppose que le côté "long" du marché est rationné. Pour caractériser l'équilibre, il faut donc distinguer entre quatre régimes, selon qu'il y a excès d'offre ou de demande sur le marché des biens et le marché du travail<sup>14</sup>. Un régime appelé "de chômage keynésien" est un régime où il y a excès d'offre sur le marché des biens et sur le marché du travail. Essayons de caractériser un tel régime.

D'après (22), l'entreprise désire employer  $L^* = L^d(w/p)$  personnes, ce qui lui permet de produire

$$\begin{aligned} Y^* &= L^d(w/p)^\alpha \\ &= \left(\frac{w}{\alpha p}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} \end{aligned}$$

unités de bien. Cependant, elle ne peut pas produire cette quantité car la demande est insuffisante. Elle produira donc à la place une quantité

$$Y = \tilde{C} + G.$$

---

<sup>14</sup>La nature du rationnement sur le marché de la monnaie est déterminée résiduellement. S'il y a excès de demande sur le marché des biens, il y a excès d'offre sur le marché de la monnaie, et vice-versa.

En substituant (21), on peut calculer  $Y$  :

$$Y = G + \frac{\theta}{1 - \theta} \frac{M}{p}. \quad (25)$$

Le membre de droite de cette équation est une courbe de demande agrégée et en régime keynésien la production est égale à la demande agrégée.

Ce régime satisfait aux propriétés traditionnelles du modèle keynésien. En particulier

- Les dépenses publiques augmentent le PIB, avec un multiplicateur égal à 1:  $\frac{dY}{dG} = 1$ . Le multiplicateur est ici égal à 1 car une hausse des dépenses publiques, dans ce modèle statique, réduit d'autant le revenu disponible des agents (à travers la baisse du transfert  $S$ ); il s'agit là d'un *balanced budget multiplier* dont on sait qu'il est égal à 1 (théorème de Haavelmo).
- De même  $dY/dM > 0$ ,  $dC/dM > 0$  : la politique monétaire stimule l'économie car les consommateurs voudront dépenser les liquidités supplémentaires.
- Enfin  $dY/dp < 0$  : une hausse des prix est contractionniste car les agents tenteront de reconstituer en partie leurs encaisses, ce qui réduit la demande (effet Pigou).

Le régime keynésien ne prévaut que s'il y a effectivement excès d'offre sur les deux marchés. Cela implique d'une part que  $Y < Y^*$ , soit

$$G + \frac{\theta}{1 - \theta} \frac{M}{p} < \left( \frac{w}{\alpha p} \right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (26)$$

L'expression de gauche dans (26) est la demande agrégée et l'équation (25) est une courbe de demande agrégée. De fait, elle définit une relation décroissante entre  $Y$  et  $p$  et cette relation se déplace vers le haut lorsque  $M$  ou  $G$  augmentent.

D'autre part, il doit y avoir excès d'offre sur le marché du travail. Le consommateur aimerait travailler une quantité  $L = 1$ . On doit donc avoir  $L < 1$ , ou, ce qui est équivalent,  $Y = L^\alpha < 1^\alpha = 1$ , soit

$$G + \frac{\theta}{1-\theta} \frac{M}{p} < 1. \quad (27)$$

Les conditions (26) et (27) définissent l'ensemble des prix  $(p, w)$  tels que l'équilibre avec rationnement correspondant se situe dans le régime keynésien.

## 6.4 Le régime de chômage classique

On appelle chômage classique un régime avec excès d'offre sur le marché du travail mais excès de demande sur le marché des biens. Ceci signifie que  $\tilde{C} > Y - G$  et  $L = L^* < 1$ . Notons que  $L$  coïncide avec  $L^*$  puisque les entreprises ne sont contraintes sur aucun des deux marchés où elles interviennent.

Il est alors immédiat de calculer le PIB

$$Y = Y^* = \left( \frac{w}{\alpha p} \right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (28)$$

La consommation est calculée résiduellement comme  $C = Y^* - G$ .

Dans le régime classique,

- Les politiques de demande sont inopérantes:  $dY/dG = dY/dM = 0$ .
- Les politiques "structurelles" qui visent à une réduction du coût réel du travail résorbent le chômage:  $dY/d(w/p) < 0$ ,  $dL/d(w/p) < 0$ .

Pour que l'économie soit dans ce régime, on doit avoir  $L^* < 1$ , soit

$$\frac{w}{\alpha p} > 1. \quad (29)$$

Cette inégalité valide l'idée que le chômage classique est dû à des salaires réels excessifs.

Par ailleurs, on doit avoir  $\tilde{C} > C$ , soit  $\frac{\theta}{p}(M + p(Y^* - G)) > Y^* - G$ , ce qui est équivalent à

$$G + \frac{\theta}{1-\theta} \frac{M}{p} > \left( \frac{w}{\alpha p} \right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (30)$$

Cela signifie que la demande agrégée doit être supérieure à l'offre walrasienne, la condition inverse de (26) – si l'économie est sur sa courbe de demande agrégée en régime keynésien, elle se situe au-dessous de celle-ci en régime de chômage classique.

Dans ce régime, l'économie ne se trouve pas sur la courbe de demande agrégée, mais sur une courbe d'offre agrégée bidimensionnelle définie par (28) et qui relie la quantité produite  $Y$  au vecteur de prix  $(p, w)$ .

Les conditions (29) et (30) définissent l'ensemble des prix  $(p, w)$  correspondant au chômage classique.

## 6.5 Le régime d'inflation réprimée

Il s'agit d'un régime avec excès de demande sur les deux marchés. On doit donc avoir  $1 < L^*$  d'où

$$\frac{w}{\alpha p} < 1. \quad (31)$$

La production est celle de plein emploi:

$$Y = 1,$$

d'où  $\tilde{C} = \frac{\theta}{p}(M + p(1 - G))$ ; l'excès de demande sur le marché des biens s'écrit  $\tilde{C} + G > 1$ , d'où

$$G + \frac{\theta}{1-\theta} \frac{M}{p} > 1. \quad (32)$$

Le régime d'inflation réprimée a les mêmes propriétés que l'équilibre walrasien, avec cette différence qu'une hausse de la quantité de monnaie ou des dépenses publiques n'est pas inflationniste mais se traduit par un rationnement accru sur le marché des biens, c'est à dire par un écart plus important entre le membre de gauche et le membre de droite de l'équation (32). On a donc  $dY/dM = dY/dG = 0$ ,  $dC/dG = 0$ . Les politiques de prix sont ici également inopérantes:  $dY/dp = dY/dw = 0$ . A la marge, les prix

ne sont pas allocatifs car les quantités sont contraintes par l'offre de travail (si cependant celle-ci était élastique au salaire réel une hausse de ce dernier augmenterait le niveau d'activité).

## 6.6 Synthèse

Le régime d'équilibre de l'économie peut être obtenu au moyen du diagramme de phase de la figure 13 dans le plan  $(p, w/p)$ . Les frontières entre les trois régimes sont définies par

$$w/p = \alpha,$$

qui, d'après (29) et (31), définit la frontière entre chômage classique et inflation réprimée et exprime le fait que le salaire réel est égal à son niveau d'équilibre walrasien;

$$G + \frac{\theta}{1-\theta} \frac{M}{p} = 1,$$

qui définit la frontière entre chômage keynésien et inflation réprimée d'après (27) et (32), et signifie que la demande agrégée coïncide avec son niveau de plein emploi, que nous avons normalisé à 1 par hypothèse. Cette relation implique une valeur unique de  $p$ ,  $p_0$ , les grandeurs  $M$  et  $G$  étant exogènes et  $\theta$  étant un paramètre de la fonction d'utilité;

et enfin par

$$G + \frac{\theta}{1-\theta} \frac{M}{p} = \left( \frac{w}{\alpha p} \right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad (33)$$

l'équation de la frontière entre les deux régimes de chômage d'après (26) et (30). Cette dernière équation définit une relation croissante entre  $p$  et  $w/p$ . Elle exprime l'égalité entre la demande agrégée et l'offre agrégée telle que définie par (28). (Comme on le verra dans le chapitre suivant, un fondement possible pour la courbe d'offre agrégée est que les salaires sont rigides mais que les prix sont flexibles. Dans ce cas, ces derniers s'ajustent de manière endogène pour réaliser l'égalité entre l'offre agrégée et la demande agrégée,

et l'économie se trouve nécessairement sur la frontière définie par (33), mais pas forcément au plein emploi.)

Il est facile de vérifier que l'intersection entre ces trois frontières – le point E sur la figure 13 – correspond à l'équilibre walrasien.

Remarquons également que l'économie peut se trouver en situation de régime keynésien alors même que  $w/p > \alpha$ , c'est à dire que les salaires réels sont trop élevés (point A sur la figure 13). Dans une telle situation les entreprises aimeraient produire à un niveau inférieur à celui de plein emploi, mais la demande agrégée est encore plus faible. Les politiques structurelle sont sans effet, les politiques de demande réduisent le chômage mais sans parvenir à l'éliminer complètement. Si l'économie se trouve au point A, une fois l'économie sortie du régime keynésien par des politiques de demande, elle se trouve en chômage classique et les politiques d'offre doivent prendre le relais.

Pour conclure, notons que le quatrième régime n'est pas possible. Supposons en effet qu'il y ait excès d'offre sur le marché des biens et excès de demande sur le marché du travail. Cela signifie que les entreprises sont contraintes sur les deux marchés. Cela n'est pas possible car la fonction de production lie l'offre de biens à la quantité transactée sur le marché du travail. En excès de demande de travail, l'entreprise embauchera  $L^s = 1$  travailleurs, et son offre de biens sera égale à  $Y^s = 1$ . On ne peut alors avoir  $Y^s > Y^d = \tilde{C} + G$ , car alors la demande de travail de l'entreprise serait égale à  $L^d = Y^d \frac{1}{\alpha} < 1$ , ce qui contredit l'hypothèse d'excès de demande sur le marché du travail.

## 7 Les fondements de la courbe de Phillips

La courbe de Phillips, ou son équivalent théorique la courbe d'offre agrégée, stipule une relation positive entre l'activité et l'inflation (ou le niveau général des prix). Cette relation est en contradiction avec le principe selon lequel seuls les prix réels jouent un rôle dans les décisions de production. Ainsi, soit  $Y$  l'output et  $q_i = p_i/\bar{p}$  le prix relatif du bien  $i$  par rapport à un numéraire quelconque dont les prix est noté  $\bar{p}$ . Supposons que  $Y$  et les  $q_i$  constituent un équilibre de l'offre agrégée, c'est à dire que les plans de production optimaux des entreprises étant donné les  $q_i$  impliquent un PIB réel égal à  $Y$ . Une hausse du niveau général des prix d'un facteur  $\lambda$ , connue des agents et correctement prise en compte par eux, laisse un tel équilibre inchangé puisque  $q_i = \frac{\lambda p_i}{\lambda \bar{p}}$ . L'offre agrégée ne dépend donc pas du niveau général des prix, *pour autant que celui-ci soit correctement anticipé*.

Comme on va le voir, tous les fondements de l'offre agrégée reposent sur une mauvaise évaluation par les agents du niveau général des prix au moment de prendre leurs décisions de production, c'est à dire sur des différences entre l'inflation anticipée et l'inflation réalisée. Mentionnons deux des principaux mécanismes sur lesquels la littérature s'est penchée.

### 7.1 Fixation à l'avance des salaires nominaux

La manière la plus simple d'obtenir une courbe d'offre agrégée est de supposer que les salaires sont fixés une période à l'avance. Soit  $\omega$  le salaire réel anticipé d'équilibre; nous pouvons ignorer les mécanismes qui déterminent la valeur de  $\omega$ . On peut considérer, par exemple, que le salaire nominal  $w$  est fixé par les syndicats un an à l'avance, et que ceux-ci essayent d'obtenir pour leurs membres un pouvoir d'achat  $\omega$ . Mais l'analyse qui suit ne repose pas sur cette interprétation particulière, mais uniquement sur le fait qu' $\omega$  existe. Nous traitons  $\omega$  comme constant pour simplifier l'analyse, mais celui-ci peut varier au cours du temps sous l'effet de chocs d'offre: gains de productivité, variations dans le pouvoir de négociation des syndicats, etc. Ces chocs

déplacent la courbe d'offre agrégée, mais ce qui nous intéresse ici est le fait qu'elle ait une pente positive.

Le salaire nominal fixé à la date  $t$  pour la date  $t + 1$  est donc

$$w_{t+1} = \omega p_{t+1}^a, \quad (34)$$

où  $p_{t+1}^a$  est le niveau des prix anticipé à la date  $t$  pour la date  $t + 1$ .

À la date  $t + 1$ , les entreprises embauchent librement. La demande de travail est une fonction décroissante du salaire réel, et il en va de même de la production:

$$Y_{t+1} = f\left(\frac{w_{t+1}}{p_{t+1}}\right), f' < 0.$$

Comme  $w_{t+1}$  est prédéterminé, ceci définit bien une relation croissante entre le PIB et le niveau général des prix. Ce dernier est allocatif parce que tous les prix n'augmentent pas simultanément: les salaires restent fixés au niveau choisi à la date  $t$ . Par ailleurs, les salaires nominaux reflétant les anticipations d'inflation à travers (34), la position de la courbe d'offre agrégée dépend des anticipations d'inflation. On a

$$\frac{w_{t+1}}{p_{t+1}} = \frac{\omega p_{t+1}^a}{p_{t+1}} = \omega \frac{1 + \pi_{t+1}^a}{1 + \pi_{t+1}} \quad (35)$$

où  $\pi_{t+1} = \frac{p_{t+1}}{p_t} - 1$  est le taux d'inflation et  $\pi_{t+1}^a = \frac{p_{t+1}^a}{p_t} - 1$  le taux d'inflation anticipé.

Notons qu'une hausse anticipée de l'inflation n'a aucun effet sur la production: on a alors simplement

$$Y = Y^* = f(\omega).$$

Ce ne sont que les hausses non anticipées qui ont un effet, parce que les salaires ne pouvant s'ajuster instantanément à la hausse pour compenser cette surprise inflationniste, le coût réel du travail baisse ce qui favorise les embauches.

## 7.2 Confusion entre prix relatifs et niveau général des prix ("misperceptions")

Une idée assez différente, mais formellement assez similaire à celle de la rigidité des salaires nominaux, est celle de "misperceptions" due à Friedman. L'hypothèse est que les agents économiques, au moment de faire leur choix, observent le prix du bien qu'ils produisent mais pas les autres prix. Leur information ne leur permet donc pas de distinguer entre une hausse du prix relatif de leur bien et une hausse du niveau général des prix. Lorsqu'ils observent des prix plus élevés, ils considèrent que cela résulte d'un choc de demande qui leur est favorable, avec une certaine probabilité; dans ce cas, il est profitable de produire plus: les chocs inflationnistes engendrent donc une hausse de l'activité. On voit là aussi que c'est la différence entre l'inflation réalisée et l'inflation anticipée (c'est à dire l'évaluation du niveau général des prix, non observé, faite par les agents lorsqu'ils prennent leurs décisions de production) qui stimule l'économie. Si par exemple un producteur de chaussures observe que leur prix augmente de 8 % alors qu'il anticipe une inflation de 8 %, il conclura que le prix relatif des chaussures est inchangé et n'aura pas intérêt à accroître sa production. S'il observe une hausse de 9 %, il attribuera une partie de cette hausse à un choc de demande qui augmente le prix relatif des chaussures, et accroîtra sa production en conséquence<sup>15</sup>. Si l'inflation est de 9 % tous les producteurs augmenteront leur production, croyant chacun à tort bénéficier d'un choc de demande relatif qui leur est favorable. Ce n'est que parce que l'inflation est non observée au moment des décisions de production et supérieure à l'anticipation des agents que ceux-ci peuvent tous se tromper simultanément, et dans le même sens.

---

<sup>15</sup>Comme on le verra au chapitre 9, la proportion du choc inflationniste qui doit être attribuée à un choc de demande relative est le résultat d'un calcul d'inférence non trivial.

### 7.3 Les anticipations adaptatives et l'hypothèse accélérationniste

Ces fondements de la courbe de Phillips valident l'hypothèse du *taux naturel*, que nous formulerons ainsi:

HYPOTHESE DU TAUX NATUREL – *Si les anticipations d'inflation des agents sont correctes, alors le PIB (ou le chômage) est égal à son taux naturel. Ce taux ne dépend ni du niveau général des prix ni de la demande agrégée.*

En d'autres termes, la courbe d'offre agrégée est verticale. Sa position peut fluctuer sous l'effets de chocs d'offre; le niveau d'équilibre du PIB est défini de façon unique par sa position et le fait qu'elle est verticale – il est donc indépendant des prix et de la demande agrégée. La relation positive observée entre activité et inflation est en réalité due à une relation positive entre le PIB et la *surprise inflationniste*, c'est à dire la différence entre inflation et inflation anticipée<sup>16</sup>:

$$Y = f(\pi - \pi^e). \quad (36)$$

Dès lors que des chocs inflationnistes affectent  $\pi$  plus que  $\pi^e$ , on observera (sous l'effet des chocs de demande) une corrélation positive entre  $Y$  et  $\pi$ .<sup>17</sup> Il n'en reste pas moins que les fluctuations anticipées de l'inflation sont sans effet puisqu'alors

$$Y = Y^* = f(0). \quad (37)$$

En d'autres termes (figure 14), l'équation (36) définit une courbe d'offre agrégée de court terme, à anticipations données, dont la position dépend de  $\pi^e$ , et qui se déplace vers le haut lorsque  $\pi^e$  augmente. La relation (37) définit une courbe d'offre agrégée de long terme, c'est à dire une relation qui décrit l'effet asymptotique sur  $Y$  d'un changement permanent de  $\pi$  – il est en

---

<sup>16</sup>La quantité  $\pi - \pi^e$  est numériquement peu différente de la quantité  $\frac{1+\pi}{1+\pi^e}$  qui intervient dans (35)

<sup>17</sup>Comme on l'a vu plus haut, les chocs d'offre, eux, génèrent une corrélation négative entre output et inflation.

effet naturel de supposer qu'un tel changement sera à long terme entièrement pris en compte dans les anticipations des agents.

Une fois l'hypothèse du taux naturel énoncée, pour en savoir plus sur les co-mouvements entre inflation et activité, il est nécessaire de se faire une idée de la formation des anticipations. Jusqu'à ce que les anticipations rationnelles s'imposent, on supposait les anticipations *adaptatives*, c'est à dire que les agents corrigent graduellement leurs erreurs:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^e + \alpha(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e). \quad (38)$$

Cette formule signifie que, si par exemple  $\pi_{t-1} > \pi_{t-1}^e$ , les agents révisent leurs anticipations à la hausse en corrigeant une fraction  $\alpha$  de l'erreur commise. Prenons une approximation linéaire de (36),

$$y_t = \pi_t - \pi_t^e, \quad (39)$$

où  $y_t = \ln Y_t$  et le coefficient de  $y$  sur  $\pi - \pi^e$  (resp. la constante) est normalisé à 1 (resp. 0) pour simplifier. Alors le taux naturel  $y^*$  est égal à zéro en logarithmes et  $y_t$  s'interprète naturellement comme "l'écart de production" ("output gap"). Supposons que pendant plusieurs périodes consécutives,  $y = \bar{y} > 0$ , soit un écart de production positif. Alors d'après (38),  $\pi_{t+1}^e = \pi_t^e + \alpha\bar{y} > \pi_t^e$ . Les anticipations d'inflations s'accroissent. De plus, d'après (39),  $\pi_t = \pi_t^e + \bar{y}$ ; la différence entre inflation anticipée et inflation réalisée étant constante, cette dernière s'accroît également. On en déduit que l'inflation s'accroît tant que l'écart de production est positif; s'il était négatif, on montrerait pareillement que l'inflation décroît. Cela conduit à formuler l'*hypothèse accélérationniste*:

**HYPOTHESE ACCELERATIONNISTE** – *L'inflation s'accroît (resp. décroît) lorsque le PIB est supérieur (resp. inférieur) au taux naturel.*

Cette formulation est relativement vague mais nous pouvons lui donner un contenu plus précis. Pour cela, dérivons une courbe de Phillips "dynamique", c'est à dire une relation entre  $y$  et les valeurs contemporaines et passées de  $\pi$ .

En substituant dans (38) cette même expression écrite à la date précédente, on obtient

$$\pi_t^e = \alpha\pi_{t-1} + (1 - \alpha) [(1 - \alpha)\pi_{t-2}^e + \alpha\pi_{t-2}]. \quad (40)$$

En itérant cette opération, on obtient

$$\pi_t^e = \alpha \sum_{i=0}^{+\infty} (1 - \alpha)^i \pi_{t-1-i}. \quad (41)$$

L'inflation anticipée est donc une moyenne pondérée des niveaux passés de l'inflation, à coefficients exponentiellement décroissants lorsque l'on va plus loin dans le passé. C'est bien une moyenne car les coefficients sont positifs et leur somme est égale à 1:

$$\alpha \sum_{i=0}^{+\infty} (1 - \alpha)^i = \alpha \frac{1}{1 - (1 - \alpha)} = 1.$$

Les anticipations d'inflation sont généralement considérées comme non observables<sup>18</sup>. De plus, on ne veut pas a priori imposer l'hypothèse du taux naturel lorsque l'on estime une courbe de Phillips. Ainsi, la plupart des études estiment une courbe de Phillips "augmentée", par exemple en régressant l'activité sur l'inflation actuelle et passée:

$$y_t = \sum_{i=0}^{+\infty} a_i \pi_{t-i}. \quad (42)$$

D'après (39), si les anticipations sont adaptatives, alors une courbe de Phillips spécifiée selon (42) sera telle que

$$\sum_{i=0}^{+\infty} a_i = 0. \quad (43)$$

Cela a plusieurs conséquences. D'une part, on peut vérifier que  $y = 0$  si  $\pi$  est constant au cours du temps. En état stationnaire, le PIB est égal

---

<sup>18</sup>En réalité, il existe des données sur les anticipations, mais la plupart des travaux empiriques ignorent ces données.

à son taux naturel. D'autre part, sachant que  $a_0 > 0$ , pour avoir  $y_t > 0$  on doit avoir  $\pi_t > \bar{\pi}_{t-1} = \sum_{i=1}^{+\infty} \left(-\frac{a_i}{a_0}\right) \pi_{t-i}$ . Or cette dernière quantité est une mesure de l'inflation moyenne passée, puisque, comme  $\sum_{i=0}^{+\infty} a_i = 0$ , on a nécessairement  $\sum_{i=1}^{+\infty} \left(-\frac{a_i}{a_0}\right) = 1$ . Si l'écart de production est positif, alors l'inflation s'accélère, au sens où l'inflation courante est supérieure à la moyenne de l'inflation passée telle que mesurée par  $\bar{\pi}_{t-1}$ .

Nous pouvons donc redéfinir l'hypothèse accélérationniste de façon plus opérationnelle:

*HYPOTHESE ACCELERATIONNISTE 2 – Si la courbe de Phillips obéit à la spécification (42), alors la somme des coefficients  $\{a_i\}$  de cette relation est nulle.*

## 7.4 Désinflation optimale et accomodation

Une question importante est celle du choix optimal entre inflation et chômage. L'approche simpliste représentée sur la figure 10 ignore le fait que la position de la courbe de Phillips elle-même dépend des anticipations d'inflation, et que celle-ci est verticale à long-terme. Plus le gouvernement choisit un taux d'inflation élevé (et donc un chômage faible, plus les anticipations d'inflation seront élevées par la suite, ce qui détériore l'ensemble de choix du gouvernement.

Supposons par exemple qu'à une date donnée le gouvernement maximise la fonction objectif suivante:

$$u(y, \pi) = -(1 - \beta)\pi^2 - \beta y^2, \quad (44)$$

où  $\beta \in [0, 1]$  est le poids de l'activité dans la fonction de bien-être du gouvernement.

Le gouvernement essaie de ramener l'écart de production ainsi que l'inflation à zéro. Plus ces variables s'éloignent de ces points idéaux, plus son utilité est faible. Plus le paramètre  $\beta$  est élevé, plus le poids sur  $y$  est élevé et plus le gouvernement est prêt à déstabiliser le niveau des prix en échange d'une meilleure stabilisation du niveau d'activité.

Un gouvernement complètement myope maximise seulement son utilité à la date  $t$ ,  $u(y_t, \pi_t)$ , sous la contrainte (39). Comme  $\pi_t^e$  est l'inflation anticipée à la date  $t - 1$  pour la date  $t$ , cette variable ne dépend pas des actions du gouvernement décidées à la date  $t$ ; le gouvernement considère donc  $\pi_t^e$  comme donné, et résoud le problème suivant

$$\max_{\pi_t} -(1 - \beta)\pi_t^2 - \beta(\pi_t - \pi_t^e)^2. \quad (45)$$

La solution est

$$\pi_t = \beta\pi_t^e.$$

On constate que

- Le gouvernement *accommode* partiellement les anticipations d'inflation. Plus celles-ci sont élevées, plus le gouvernement choisira un taux d'inflation effectivement élevé. En effet, une hausse des anticipations d'inflation rend un taux d'inflation donné plus contractionniste, puisque c'est la différence entre inflation réalisée et inflation anticipée qui compte dans la courbe de Phillips. Si  $\pi_t^e > 0$ , le gouvernement poursuit une politique de désinflation, puisque  $\pi < \pi^e$ , mais accomode partiellement les anticipations afin de limiter les effets contractionnistes de sa politique.
- La fraction de l'inflation anticipée qui est accomodée,  $\beta$ , coïncide avec le poids des préférences du gouvernement sur la stabilisation du PIB. Un gouvernement qui ne stabilise que le PIB ( $\beta = 1$ ) accomode à 100 % les anticipations d'inflation et ne met en place aucune désinflation. Un gouvernement qui ne stabilise que les prix ( $\beta = 0$ ) n'accomode pas l'inflation, mettant en oeuvre une inflation nulle quelles que soient les conséquences de cette politique sur le niveau d'activité.

Supposons maintenant un gouvernement qui ne se préoccupe que du long terme. Pour simplifier, supposons qu'à la date  $t$  il choisisse un taux d'inflation constant égal à  $\pi$ , qu'il laisse l'économie évoluer vers son état stationnaire, et qu'il maximise le membre de droite de (44) où  $y$  est la valeur de long terme de

l'écart de production. Il est facile de voir à partir de (41) que  $\pi^e \rightarrow \pi$ . Cela implique qu'à long terme  $y = y^* = 0$ , et que notre gouvernement choisira  $\pi$  de manière à maximiser  $-\pi^2$ , soit  $\pi = 0$ .

Ceci montre que moins un gouvernement est myope, moins il accomode l'inflation, car plus il prend en compte l'effet adverse de cette accommodation sur les anticipations d'inflation future. A la limite, un gouvernement qui ne se préoccupe que du long terme internalise le fait qu'à long terme la courbe de Phillips est verticale, et qu'il ne peut mieux faire que choisir un taux d'inflation nul.

## 7.5 Test économétrique de l'hypothèse du taux naturel

Historiquement, on a testé économétriquement l'hypothèse du taux naturel en estimant une équation telle que (42) et en testant si (43) est valide. Les études de l'époque trouvent qu'en réalité  $\sum_{i=0}^{+\infty} a_i > 0$ . Elles en concluent que l'hypothèse du taux naturel doit être rejetée et qu'il existe un arbitrage de long terme entre inflation et chômage. En effet, d'après (42) une hausse permanente de l'inflation d'une quantité  $\Delta\pi$  se traduit à long terme par une hausse de l'activité  $\Delta y = \left(\sum_{i=0}^{+\infty} a_i\right) \Delta\pi > 0$ . En d'autres termes, la courbe d'offre agrégée de long terme n'est pas verticale.

En fait, ces tests ne rejettent pas l'hypothèse du taux naturel, mais plutôt l'hypothèse accélérationniste. Or, on a vu que celle-ci est valide si l'hypothèse du taux naturel est vérifiée *et* si les anticipations sont adaptatives. Le fait que l'hypothèse accélérationniste soit rejetée n'implique donc pas nécessairement que celle du taux naturel le soit. Une autre possibilité est que les anticipations ne soient pas adaptatives. C'est cette observation qui a conduit à la formulation de l'hypothèse des *anticipations rationnelles*.

## 8 La critique des anticipations rationnelles

### 8.1 Retour sur l'hypothèse accélérationniste

Le point de départ des anticipations rationnelles est le suivant: il n'est pas généralement optimal de former ses anticipations de façon adaptative.

Considérons un exemple simple. Supposons que l'inflation  $\pi_t$  soit déterminée par un processus AR1 similaire à celui qui a été introduit dans notre analyse du revenu permanent:

$$\pi_t = \rho\pi_{t-1} + \eta_t, \quad (46)$$

où  $\rho$  est un paramètre et  $\eta_t$  un choc exogène d'inflation, i.i.d. et de moyenne nulle. A la date  $t - 1$  les agents observent le taux d'inflation courant et veulent former leurs anticipations pour le taux d'inflation de la date  $t$  sur la base de cette information. Il est raisonnable de supposer qu'ils veulent minimiser la valeur moyenne de l'erreur quadratique commise. Soit  $\pi_t^e$  leur anticipation d'inflation; la valeur optimale de cette anticipation est donc celle qui résoud

$$\min_{\pi_t^e} E [(\pi_t - \pi_t^e)^2 | I_{t-1}],$$

où  $E$  désigne l'espérance mathématique et  $I_{t-1}$  l'information connue des agents lorsqu'ils forment leurs anticipations, c'est à dire à la date  $t - 1$ . Cette information se résume essentiellement au taux d'inflation de la date  $t - 1$ ,  $\pi_{t-1}$ . Les taux d'inflation des périodes précédentes,  $\pi_{t-2}$ ,  $\pi_{t-3}$ , etc, sont également connus à  $t - 1$ , mais d'après (46) ils n'apportent aucune information utile pour prévoir  $\pi_t$ .

La condition du premier ordre de ce problème est

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial}{\partial \pi_t^e} E [(\pi_t - \pi_t^e)^2 | I_{t-1}] \\ &= E \left[ \frac{\partial}{\partial \pi_t^e} (\pi_t - \pi_t^e)^2 | I_{t-1} \right] \\ &= 2 (E [\pi_t | I_{t-1}] - \pi_t^e). \end{aligned}$$

Puisque  $E[\pi_t | I_{t-1}] = \rho\pi_{t-1}$  on doit donc avoir

$$\pi_t^e = \rho\pi_{t-1}. \quad (47)$$

Supposons maintenant l'hypothèse du taux naturel correcte, et qu'on puisse écrire la courbe d'offre agrégée sous la forme

$$y_t = a(\pi_t - \pi_t^e). \quad (48)$$

Alors, en remplaçant dans (48)  $\pi_t^e$  par sa valeur définie par (47), on trouve

$$y_t = a\pi_t - \rho a\pi_{t-1}. \quad (49)$$

Cette relation est l'équivalent de (42) et la somme des coefficients est clairement égale à  $a(1 - \rho)$ , qui est strictement positif dès lors que  $\rho < 1$ . La courbe de Phillips estimée n'est donc pas *accélérationniste*. D'après cette relation estimée, une hausse unitaire de l'inflation, permanente, augmente le PIB d'une quantité  $a$  à court terme et d'une quantité  $a(1 - \rho)$  à long terme. Un économètre ayant estimé une relation telle que (49) recommanderait donc une telle hausse permanente de l'inflation à un décideur politique qui serait prêt à la tolérer pour réduire le chômage à long terme.

Supposons maintenant que cette décision soit mise en oeuvre: à l'évolution autonome de l'inflation décrite par le processus (46), se superpose désormais une composante de politique économique. Pour simplifier, supposons qu'à chaque période cette composante augmente l'inflation d'un montant fixe égal à  $\Delta\pi$ , relativement au niveau qu'elle atteindrait en l'absence d'intervention. L'économie se trouve dans un nouveau *régime* où l'inflation obéit désormais, à la place de (46), au processus suivant:

$$\pi_t = \rho\pi_{t-1} + \eta_t + \Delta\pi. \quad (50)$$

On a désormais  $E[\pi_t | I_{t-1}] = \rho\pi_{t-1} + \Delta\pi$ , et donc

$$\pi_t^e = \rho\pi_{t-1} + \Delta\pi.$$

*Le processus de formation des anticipations a changé car il reflète désormais le nouveau régime de politique économique. En particulier, d'après (48), le niveau du PIB à la date  $t$  est égal à*

$$y_t = a\eta_t.$$

La politique suivie est donc inopérante, contrairement à ce que l'on aurait anticipé sur la base de la forme réduite (49). Cette inefficacité de la politique économique est due au fait que l'inflation ainsi générée est parfaitement anticipée. Or, d'après l'hypothèse du taux naturel, l'inflation anticipée n'a pas d'effet sur l'activité. La relation (49) n'est valide que tant que les anticipations obéissent à (47), or cette relation n'est plus valide au sein du nouveau régime de politique économique. Il était donc erroné de s'appuyer sur une telle relation pour évaluer l'effet de la politique considérée.

## **8.2 L'hypothèse des anticipations rationnelles**

Lorsque les anticipations sont adaptatives, les agents corrigent mécaniquement et partiellement leurs erreurs de prévision. Au contraire, lorsque celles-ci sont rationnelles, ils utilisent de façon pertinente toute l'information dont ils disposent. Cette approche a un certain nombre de conséquences importantes.

Tout d'abord, l'anticipation d'une variable quelconque  $X$  est égale à son espérance mathématique, comme on l'a montré dans l'exemple précédent. Cela signifie que pour former leurs anticipations, les agents doivent prendre en compte une distribution de probabilité pour les variables concernées. Par hypothèse, on suppose qu'ils utilisent la distribution de probabilité qui est *correcte*, c'est à dire celle qui prévaut à l'équilibre considéré.

En général, les anticipations des agents déterminent leur comportement, et donc les valeurs d'équilibre des variables endogènes. Les anticipations et l'équilibre sont donc déterminés simultanément. Un *équilibre à anticipations rationnelles* est une trajectoire de l'économie telle que (i) la distribution de probabilité des variables endogènes est déterminée par les équations de com-

portement et simultanément (ii) les anticipations qui interviennent dans ces équations sont égales à l'espérance mathématique de la variable considérée, conditionnellement à l'information dont disposent les agents, et calculées en utilisant la vraie distribution de probabilité de ces variables à l'équilibre.

Tout se passe comme si les agents qui peuplent l'économie utilisaient, de la même manière que les macroéconomistes qui travaillent pour des administrations, un modèle pour former leurs prédictions, et si ce modèle se trouvait être le *vrai* modèle de l'économie. [En réalité, malgré l'utilité de cette métaphore, dans bien des cas il n'est pas nécessaire de connaître le vrai modèle pour prédire une variable dès lors que celle-ci est observable; il suffit de connaître la distribution de probabilité des observables, c'est à dire la forme réduite du modèle].

### 8.3 Calculer un équilibre à anticipations rationnelles: l'exemple de Muth (1960)

L'exemple suivant, emprunté à Muth (1960) montre comment calculer un équilibre à anticipations rationnelles.

Il s'agit d'un modèle d'équilibre partiel d'un marché où les décisions de production ont lieu avant la réalisation de l'équilibre. Soit  $y$  la quantité produite et  $p$  le prix; notons  $p^e$  le prix anticipé par les producteurs au moment de leur décision, alors l'équation d'offre est

$$y = \gamma p^e + u, \quad (51)$$

où  $u$  est un choc d'offre de moyenne nulle ( $Eu = 0$ ) et  $\gamma > 0$ .

L'équation de demande est donnée par

$$y = -\beta p, \quad (52)$$

où  $\beta > 0$ .

Il est élémentaire de calculer le prix d'équilibre à *anticipations données*:

$$p = -\frac{\gamma}{\beta} p^e - \frac{1}{\beta} u. \quad (53)$$

Selon l'hypothèse des anticipations rationnelles,  $p^e = Ep$ . En prenant les espérances mathématiques des deux côtés de l'équation précédente, on trouve donc

$$p^e = -\frac{\gamma}{\beta}p^e, \quad (54)$$

d'où

$$p^e = 0.$$

Contrairement aux anticipations adaptatives qui ne dépendent que du passé, il y a ici une authentique *détermination d'équilibre* des anticipations. On peut interpréter  $p^e$  dans le membre de droite de l'équation (53) comme l'anticipation de prix de la *moyenne* des producteurs (en effet, l'équation (51) détermine l'offre globale sur le marché). Le membre de gauche de (54) s'interprète lui comme l'anticipation optimale d'un producteur quelconque. Tous les producteurs ayant la même information, cette anticipation est la même pour tous et doit donc coïncider avec sa valeur moyenne. L'équation (54) implique qu'il n'existe qu'une seule valeur de  $p^e$  qui satisfait à ces conditions d'équilibre, soit  $p^e = 0$ .

Pour conclure que leur meilleure anticipation de prix est  $p^e = 0$ , les agents qui peuplent cette économie doivent se tenir le raisonnement qui précède. Ils n'observent pas l'anticipation de prix des autres agents, mais sachant que les autres agents sont identiques à eux-mêmes, ils comprennent que cette anticipation doit nécessairement satisfaire à (54), et qu'il n'y a pas d'autre possibilité que  $p^e = 0$ . Si en moyenne tout le monde anticipait une autre valeur, alors il serait rationnel pour chaque agent d'anticiper autre chose que cette valeur, ce qui est une contradiction.

Une fois calculé  $p^e$ , il est trivial de calculer le prix d'équilibre comme fonction de la réalisation du choc  $u$ . D'après (53), on a en effet

$$p = -\frac{1}{\beta}u.$$

L'analyse qui précède illustre un principe assez général de résolution des

équilibres à anticipations rationnelles: la méthode en deux temps. Dans un premier temps, on prend les espérances mathématiques des relations structurelles, ce qui permet de calculer les valeurs d'équilibre de ces espérances – et donc des anticipations. C'est ce qu'on fait dans (54). Dans un second temps, on résoud le modèle de manière classique en utilisant les valeurs d'équilibre des anticipations que l'on a calculées dans la première étape, ce qui revient à les traiter comme des variables exogènes.

Il est instructif d'appliquer cette méthode au cas où le choc  $u$  n'est pas de moyenne nulle:  $Eu \neq 0$ .  $Eu$  s'interprète naturellement comme l'anticipation de  $u$  tandis que la différence  $u - Eu$  est la composante non anticipée de  $u$ . En appliquant l'opérateur espérance mathématique  $E$  à (53), on trouve maintenant:

$$Ep = p^e = -\frac{Eu}{\beta + \gamma}. \quad (55)$$

Il suffit ensuite de substituer ceci dans (53) et l'on trouve

$$\begin{aligned} p &= \frac{\gamma}{\beta(\beta + \gamma)}Eu - \frac{1}{\beta}u \\ &= -\frac{1}{\beta}(u - Eu) - \frac{1}{\beta + \gamma}Eu. \end{aligned}$$

Cette formule implique notamment qu'un choc d'offre non anticipé a un effet plus élevé en valeur absolue sur le prix d'équilibre qu'un choc d'offre anticipé. En effet, dans le premier cas l'élasticité est  $-\frac{1}{\beta}$  et dans le second  $-\frac{1}{\beta + \gamma}$ , or  $\frac{1}{\beta + \gamma} < \frac{1}{\beta}$ . Cela est dû au fait que si un choc  $u > 0$  est anticipé,  $Ep < 0$  et d'après (51) les producteurs réduisent leur offre, anticipant un prix plus faible. Cette réponse de l'offre a pour effet de mitiger la baisse des prix.

Remarque: cette structure forme la base du modèle "Cobweb" d'oscillations déterministes. Si les agents anticipent un prix égal au prix passé, alors  $p_t^e = p_{t-1}$ . Donc, d'après (53), le prix d'équilibre à  $t$  vaut  $p_t = -\frac{\gamma}{\beta}p_{t-1} - \frac{1}{\beta}u_t$ . La dynamique des prix est donc oscillatoire et explosive si  $\gamma/\beta > 1$ . En anticipations rationnelles ces oscillations disparaissent, les agents formant leurs anticipations sur leur connaissance de la structure future de l'équilibre et pas à partir de prix passés non pertinents.

### 8.3.1 Exercices

**Exercice 1** – Supposons que la structure que nous venons d’analyser se répète à chaque période  $t$ , et que les décisions de production pour la date  $t$  se font sur la base de l’information disponible à la date  $t - 1$ , soit  $p_t^e = E_{t-1}p_t$ . Supposons que le choc  $u_t$  suive un processus AR1

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

avec  $\varepsilon_t$  iid et  $E\varepsilon_t = 0$ .

1. Montrer que

$$p_t^e = -\frac{1}{\beta + \gamma} \rho u_{t-1}$$

2. Montrer que

$$u_t = -\beta p_t - \gamma p_t^e$$

3. En conclure que

$$p_t^e = \frac{\beta}{\beta + \gamma} \rho p_{t-1} + \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \rho p_{t-1}^e.$$

4. Pour quelle valeur de  $\rho$  le processus de révision des anticipations coïncide-t-il avec les anticipations adaptatives?

5. Montrer que la fraction des erreurs corrigée par les agents dépend des paramètres structurels des équations d’offre et de demande. Montrer que les anticipations sont révisées plus rapidement lorsque  $\beta/\gamma$  est plus élevé. Pouvez-vous expliquer pourquoi?

**Exercice 2** – On considère une version à deux périodes du modèle de Muth. On suppose qu’il existe des spéculateurs qui peuvent acheter le produit à la date  $t = 1$  pour le revendre à la date  $t = 2$ . La quantité achetée est d’autant plus grande que les gains de la spéculation sont élevés, i.e. que  $p_2^e - p_1$  est élevé. Ainsi, à la date  $t = 1$  l’offre est déterminée par (51):

$$y_1 = \gamma p_1^e + u_1,$$

en revanche la demande comporte une composante spéculative:

$$y_1 = -\beta p_1 + \alpha(p_2^e - p_1),$$

avec  $\alpha > 0$ . A la date  $t = 2$  la demande est déterminée par (52),

$$y_2 = -\beta p_2, \quad (56)$$

mais l'offre reflète la revente des stocks spéculatifs:

$$y_2 = \gamma p_2^e + u_2 + \alpha(p_2^e - p_1).$$

On suppose  $u$  iid avec  $Eu_1 = Eu_2 = 0$ .  $p_2^e$  est le prix anticipé à  $t = 2$  conditionnellement à l'information disponible à  $t = 1$  :  $p_2^e = E_1 p_2$ .  $p_1^e$  est le prix anticipé à la date  $t = 1$  avant la réalisation des chocs et de l'équilibre à cette date, soit en l'absence de toute information.

1. Montrer que l'équilibre en période 2 implique que

$$p_2^e = \frac{\alpha p_1}{\alpha + \beta + \gamma}.$$

Expliquer pourquoi  $dp_2^e/dp_1 > 0$ .

2. Calculer la valeur d'équilibre de  $p_2$  en fonction de  $p_1$  et de  $u_2$ .
3. Montrer que le prix d'équilibre à la date  $t = 1$  est tel que

$$-kp_1 = \gamma p_1^e + u_1,$$

avec

$$k = \frac{\alpha(2\beta + \gamma) + \beta(\beta + \gamma)}{\alpha + \beta + \gamma}.$$

4. En déduire que  $p_1^e = 0$  et donc que  $p_1 = -u_1/k$ .
5. Calculer  $dk/d\alpha$  et en conclure que la volatilité de  $p_1$  décroît avec l'intensité de la spéculation. Expliquer.

## 9 Le modèle de misperceptions de Lucas (1973)

On se souvient de l'idée de Friedman selon laquelle l'existence d'une courbe de Phillips serait due à une confusion faite par les agents, au moment de planifier leur production, entre hausse du niveau général des prix et hausse du prix relatif de leur produit. Le modèle de Lucas (1973) donne des fondations théoriques à cette idée et montre qu'elle peut impliquer une courbe d'offre du type

$$y = \alpha(p - p^e),$$

cohérente avec l'hypothèse du taux naturel. De plus, le modèle de Lucas implique que le paramètre  $\alpha$  n'est pas structurel mais dépend en particulier de la volatilité de la politique monétaire – on peut en déduire qu'un changement de régime de politique monétaire a un effet sur la pente de la courbe de Phillips. Enfin, Lucas emprunte à Muth l'hypothèse d'anticipations rationnelles,  $p^e = Ep$ , pour en conclure qu'une politique de stabilisation systématique est sans effet sur l'activité. Seules les surprises, la partie non anticipée de l'inflation égale à  $p - Ep$ , ont un effet sur l'activité. La politique monétaire n'a donc d'intérêt que si la banque centrale dispose d'une information supérieure au secteur privé. Dans ce cas, elle peut, sur la base de cette information, créer une surprise inflationniste qui a des effets réels sur l'activité, tout en ramenant  $y$  et/ou  $p$  vers des valeurs-cibles désirées. Si la banque centrale a la même information que le secteur privé, elle ne peut affecter  $y$  qu'en rajoutant du bruit non corrélé avec son information, ce qui réduit le bien être car cela augmente la volatilité de  $y$  en lui ajoutant une composante aléatoire. Enfin, même dans le cas où la banque centrale a un avantage informationnel sur les agents privés, elle peut toujours rendre son information publique, ce qui aura tendance à réduire l'écart entre  $p$  et  $p^e$  et à ramener  $y$  vers son niveau naturel.<sup>19</sup>

---

<sup>19</sup>Les autorités ne peuvent espérer mieux que de stabiliser  $y$  autour de son taux naturel. Sous l'hypothèse du taux naturel, toute tentative de maintenir  $y$  à un niveau supérieur à ce taux (par exemple) conduira à une spirale inflationniste.

## 9.1 Le modèle d'inférence normal

Le modèle de Lucas repose sur le modèle d'inférence normal, que nous présentons brièvement ici. Soit une variable aléatoire  $x \sim N(\bar{x}, \sigma_x)$  :  $x$  est distribuée normalement avec une moyenne  $\bar{x}$  et une variance  $\sigma_x^2$ . Supposons que l'on observe un signal bruité de  $x$ ,

$$y = x + \varepsilon,$$

où  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$  est le bruit et  $\varepsilon$  est indépendant de  $x$ . Alors on peut montrer que la meilleure inférence possible sur  $x$  est

$$E(x | y) = \theta \bar{x} + (1 - \theta)y,$$

où

$$\theta = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_x^2}.$$

Cette espérance conditionnelle est donc une moyenne pondérée entre la réalisation du signal  $y$  et la moyenne inconditionnelle de  $x$ ,  $\bar{x}$ . Le poids sur cette dernière est d'autant plus grand que  $\sigma_\varepsilon$  est grand: plus le signal est bruité, moins on lui accorde d'importance. Dans le cas limite où le rapport signal/bruit est nul, i.e.  $\sigma_\varepsilon/\sigma_x \rightarrow \infty$ , on a  $\theta = 1$ : le signal est complètement non informatif et la moyenne de  $x$  postérieure au signal est la même qu'en l'absence de signal. Si au contraire le signal est très peu bruité,  $\sigma_\varepsilon/\sigma_x \rightarrow 0$ , on a au contraire  $\theta = 0$ ; l'inférence sur  $x$  coïncide avec la réalisation du signal.

## 9.2 La courbe d'offre de Lucas

Lucas considère un continuum de producteurs individuels, produisant des biens indexés par  $i$ . Le prix du bien  $i$  à la date  $t$ , à l'équilibre, est donné par (en logarithmes)

$$p_{it} = p_t + z_{it},$$

où  $p_t$  est le niveau général des prix et  $z_{it}$  le prix relatif d'équilibre de ce bien. Ce prix dépend de chocs qui affectent la demande pour le bien correspondant.

Ainsi, un bien  $i$  bénéficiant d'une demande élevée aura, à l'équilibre, une valeur  $z_{it}$  élevée.

Le niveau général des prix  $p_{it}$  fluctue sous l'influence de chocs inflationnistes, et pour un bien donné  $i$ , le prix relatif  $z_{it}$  fluctue sous l'effet des chocs spécifiques de demande qui frappent ce secteur. On suppose qu'au moment de prendre leurs décisions de production, les producteurs de bien  $i$  observent le prix  $p_i$ , mais n'observent ni le niveau général des prix ni la valeur du prix relatif  $z_{it}$ . Cependant, les agents connaissent le vrai modèle de l'économie; en particulier, ils connaissent les distributions d'équilibre des variables  $p$  et  $z$ , ce qui leur permet de former des inférences sur la réalisation de celles-ci, à partir de l'observation de leur prix propre  $p_i$ .

Nous allons supposer que  $z_{it} \sim N(0, \sigma_z)$ . Cela signifie que dans chaque secteur  $i$ , la valeur d'équilibre de  $z$  est tirée selon cette loi. En principe,  $z$  est endogène puisque c'est un prix relatif d'équilibre. Si le modèle était spécifié complètement, il y aurait une équation d'offre et une équation de demande pour le bien  $i$ ; ces équations seraient affectées par des chocs exogènes, et l'on devrait calculer la valeur d'équilibre de  $z$  en fonction de ces chocs. Mais ici "l'action" est focalisée sur le comportement d'offre des producteurs et leurs misperceptions; comme les décisions de ceux-ci ne dépendent que des prix d'équilibre et pas des forces sous-jacentes qui mènent à ces prix, on ne perd guère à traiter  $z$  comme une variable exogène. Il est toujours possible de construire artificiellement une courbe de demande pour le bien  $i$  avec une structure idoine des chocs de demande, qui garantit qu'à l'équilibre sur le marché  $i$  le prix relatif suit bien une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_z^2$ .

Nous supposons également que  $p_t \sim N(\bar{p}_t, \sigma_p)$ . Le prix à la date  $t$  suit une distribution normale qui est connue des agents. Cependant, cette distribution est ici endogène et il nous faudra ultérieurement calculer les valeurs d'équilibre de  $\bar{p}_t$  et  $\sigma_p$ . Pour des raisons de commodité technique, nous voulons utiliser le modèle d'inférence normal et nous supposons *a priori* qu'à l'équilibre  $p$  suit une loi normale. Ce n'est *pas* une hypothèse *du modèle*

puisque  $p$  est endogène, c'est une hypothèse *de travail*. Elle nous permet de résoudre notre modèle et donc en particulier de calculer la distribution d'équilibre de  $p$ . Il faudra s'assurer, une fois l'équilibre calculé, que cette distribution est bien normale, c'est-à-dire que notre hypothèse de travail est bien correcte.

Dans un secteur  $i$  quelconque, l'offre de biens est une fonction croissante du prix relatif d'équilibre anticipé:

$$y_{it} = \gamma E(z_{it} \mid p_{it}).$$

Notons qu'il n'y a aucune illusion monétaire. Les agents ne se préoccupent que de grandeurs réelles et c'est le prix relatif qui détermine l'offre. Cependant, celui-ci n'est pas observé et l'inférence est polluée par les fluctuations du niveau général des prix, une grandeur purement nominale.

L'équation qui précède se réécrit ainsi:

$$\begin{aligned} y_{it} &= \gamma E(p_{it} - p_t \mid p_{it}) \\ &= \gamma (p_{it} - E(p_t \mid p_{it})). \end{aligned}$$

D'après le modèle d'inférence normal, on a

$$E(p_t \mid p_{it}) = \theta \bar{p}_t + (1 - \theta)p_{it}$$

avec

$$\theta = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_z^2 + \sigma_p^2}. \quad (57)$$

D'où  $y_{it} = \gamma\theta(p_{it} - \bar{p}_t)$ , relation au niveau sectoriel que nous pouvons agréger entre secteurs en appliquant la loi des grands nombres, ce qui nous donne la courbe d'offre agrégée suivante

$$y_t = \gamma\theta(p_t - \bar{p}_t). \quad (58)$$

Ici, deux remarques s'imposent.

Notons tout d'abord à nouveau que le prix d'équilibre  $p$  est endogène. Il dépend en général des paramètres du modèle, et en particulier de la pente de

la courbe d'offre  $\gamma\theta$ . Cela implique que (57) détermine  $\theta$  de manière *implicite* – car  $\sigma_p^2$  est endogène et dépend lui-même de  $\theta$ . A ce stade de notre résolution, nous ne connaissons pas la valeur de  $\theta$  – pas plus que nous ne sommes certains que  $p$  suive effectivement une loi normale.

Deuxièmement,  $\bar{p}_t$  est la moyenne de la distribution *a priori* de  $p_t$  avant observation par les producteurs de leur prix propre  $p_{it}$ , mais conditionnellement à toute l'information dont ils disposent au début de la date  $t$ . En d'autres termes

$$\bar{p}_t = E_{t-1}p_t.$$

On supposera que toutes les variables antérieures à la date  $t$  sont observées lorsque les agents résolvent le problème d'inférence discuté plus haut. C'est le cas en particulier du niveau général des prix  $p_{t-1}$  : si le niveau général des prix courant n'est pas observé lorsque les agents forment leurs plans de production, il est connu la période suivante.

Enfin, soit  $\pi_t = p_t - p_{t-1}$  le taux d'inflation entre  $t-1$  et  $t$ . On a  $E_{t-1}\pi_t = E_{t-1}p_t - E_{t-1}p_{t-1} = E_{t-1}p_t - p_{t-1}$ . Donc, d'après (58)

$$y_t = \theta\gamma(\pi_t - E_{t-1}\pi_t).$$

C'est la fameuse "courbe d'offre de Lucas", qui implique que seule la composante non anticipée de l'inflation a des effets réels.

### 9.3 Le bouclage du modèle: la courbe de demande agrégée

Le modèle de Lucas est bouclé grâce à une courbe de demande agrégée. Les fluctuations de  $y$  et  $\pi$  sont dues à des déplacements de cette courbe AD sous l'effet de chocs sur la quantité de monnaie.

On suppose une courbe de demande agrégée fondée sur la théorie quantitative:

$$p_t + y_t = m_t. \tag{59}$$

La quantité de monnaie suit une marche aléatoire

$$m_t = m_{t-1} + \varepsilon_t.$$

On suppose  $\varepsilon_t$  iid et  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ . En éliminant  $y$  entre (58) et (59), on se ramène à une seule équation qui détermine  $p$  (ou plutôt le processus suivi par  $p$ ) en fonction de  $m$  :

$$\gamma\theta(p_t - E_{t-1}p_t) + p_t = m_t. \quad (60)$$

Pour le résoudre, on utilise la même méthode en deux temps que dans le modèle de Muth.

1. On applique l'opérateur d'anticipations  $E_{t-1}$  de part et d'autre de l'équation (60):

$$E_{t-1}p_t = E_{t-1}m_t = m_{t-1}. \quad (61)$$

2. On remplace  $E_{t-1}p_t$  par sa valeur d'équilibre obtenue dans (61), dans (60), ce qui permet de calculer la valeur d'équilibre de  $p$  :

$$p_t = \frac{1}{1 + \gamma\theta} (m_t + \gamma\theta m_{t-1}). \quad (62)$$

On peut enfin utiliser la courbe AD (59) pour calculer également  $y$  :

$$\begin{aligned} y_t &= \frac{\gamma\theta}{1 + \gamma\theta} (m_t - m_{t-1}) \\ &= \frac{\gamma\theta}{1 + \gamma\theta} \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (63)$$

Cette formule confirme que seule les surprises ( $\varepsilon_t$ ) ont un effet réel. La politique monétaire anticipée n'a pas d'effets.

Remarquons que puisque  $m$  est distribué normalement,  $p$  l'est aussi d'après (62). Notre hypothèse de travail selon laquelle  $p$  est normale est donc cohérente. De plus, la variance de  $p_t$  conditionnellement à l'information disponible à  $t - 1$ ,  $\sigma_p^2$  est égale à

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E_{t-1}(p_t - E_{t-1}p_t)^2 \\ &= E_{t-1}(p_t - m_{t-1})^2 \\ &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(1 + \gamma\theta)^2}. \end{aligned} \quad (64)$$

Les équations (57) et (64) déterminent simultanément les valeurs d'équilibre de  $\theta$  et  $\sigma_p^2$ . On montrera dans un exercice que  $d\theta/d\sigma_\varepsilon^2 < 0$ . Cela signifie que plus la volatilité des chocs monétaires est élevée, plus l'arbitrage inflation/chômage à court terme est défavorable (i.e. plus la courbe d'offre agrégée de court terme est proche de la verticale). En effet, plus  $\sigma_\varepsilon^2$  est élevé, plus il est rationnel pour les producteurs d'interpréter les fluctuations de leur prix propre comme résultant d'un choc monétaire plutôt que d'un choc de demande idiosyncratique, et plus la réponse de leur quantité produite à ces fluctuations sera faible.

## 9.4 Evidence empirique

Le modèle de Lucas implique une prédiction simple: la courbe de Phillips est d'autant plus pentue que la volatilité de l'inflation est élevée (Figure 14). Cette prédiction est à peu près valide sur les données analysées par Lucas dans son article de 1973.

Barro (1977) estime une régression du PIB sur composantes anticipées et non anticipées de la monnaie, c'est à dire l'équivalent empirique de l'équation (63). Ses résultats sont cohérents avec l'article de Lucas: l'hypothèse que la composante anticipée (qui serait  $m_{t-1}$  ici) est sans effet n'est pas rejetée; l'hypothèse que la composante non anticipée (ici  $m_t - m_{t-1} = \varepsilon_t$ ) est sans effet est rejetée.

## 9.5 Exercices

**Exercice 1** – On considère un modèle du type suivant:

$$x = f(y); \tag{65}$$

$$y = g(x). \tag{66}$$

Le première équation décrit le choix par les agents d'une variable  $x$  comme fonction d'une grandeur agrégée  $y$ . La seconde décrit la manière dont le choix de  $x$  affecte la valeur d'équilibre de  $y$ . Un équilibre est un couple  $(x, y)$  qui est solution de (65)-(66).

Supposons qu'un tel équilibre existe. Notons-le  $(x^*, y^*)$ . Nous voulons savoir si cet équilibre est "stable" par tâtonnement. Le processus de tâtonnement est défini comme suit: à l'étape  $k$ , les agents choisissent  $x$  en fonction de la valeur de  $y$  observée à l'étape précédente,  $y_{k-1}$ . Ceci définit le choix de  $x$  à l'étape  $k$ ,  $x_k$  :

$$x_k = f(y_{k-1}).$$

Ce comportement détermine la nouvelle valeur d'équilibre de  $y$  à l'étape  $k$

$$y_k = g(x_k).$$

L'équilibre est stable s'il existe un voisinage de  $(x^*, y^*)$  tel, que si les valeurs initiales de  $x$  et  $y$ ,  $x_0$  et  $y_0$ , se trouvent dans ce voisinage, alors la suite  $\{(x_k, y_k)\}$  ainsi définie converge vers  $(x^*, y^*)$ .

1. Montrer que si  $(x_{k-1}, y_{k-1})$  sont assez proche de  $x^*, y^*$ , alors au premier ordre:

$$y_k - y^* = g'(x^*)f'(y^*)(y_{k-1} - y^*).$$

2. En déduire que si  $-1 < g'(x^*)f'(y^*) < 1$ , l'équilibre est stable.

3. Appliquons ce schéma au modèle de Lucas. Supposons que  $x$  soit  $\theta$ , qui est proportionnel à la réponse des producteurs à l'inflation non anticipée. Supposons que  $y$  soit  $\sigma_p^2$ , la variance des prix à l'équilibre. Quelles sont alors les fonctions  $f()$  et  $g()$ ?

4. Supposons que  $g'f' < 1$ , ce qui garantit la stabilité de l'équilibre au sens défini ci-dessus. Montrer qu'alors  $d\theta/d\sigma_\varepsilon^2 < 0$ .

## 10 La critique de Lucas

Le succès de l'approche keynésienne fut en partie dû à l'utilisation de modèles macroéconométriques utilisables pour la prévision et l'évaluation de la politique économique.

La critique de Lucas consiste à remettre en question ces modèles, en faisant observer que les paramètres estimés (par exemple ceux de la fonction de consommation ou la pente de la courbe de Phillips) ne sont pas structurels mais dépendent, entre autres, des distributions de probabilité des variables exogènes.

En anticipations rationnelles, les anticipations sont égales à l'espérance mathématique des variables considérées. Elles ne peuvent donc être formées que sur la base de distributions de probabilité stables pour ces variables. Si je n'ai aucune idée de la loi de probabilité suivie par une variable  $x$  à une date future  $t + 1$ , il m'est clairement impossible d'en calculer l'espérance mathématique – c'est ce que l'on appelle "l'incertitude knightienne". Un agent dont les anticipations sont adaptatives forme celles-ci indépendamment de toute distribution de probabilité et les réviserait de la même façon en présence d'incertitude knightienne.

Il est donc naturel, en anticipations rationnelles, que les agents considèrent la politique économique non pas comme la prise de mesures discrétionnaires, mais comme procédant d'un *régime*. Cela signifie que le comportement du gouvernement peut être décrit par une loi de probabilité (le "régime") et que ses décisions (par exemple le montant des dépenses publiques à la date  $t + 1$ ) sont des tirages aléatoires régis par cette loi. Considérer les choses sous cet angle est non seulement naturel, c'est même indispensable pour que le modèle ait une solution, et donc pour que les agents soient capables de former leurs anticipations rationnellement.

La critique de Lucas revient à observer que les paramètres estimés dans les modèles macroéconométriques dépendent eux-mêmes du régime de politique économique. Il n'est donc pas possible d'utiliser ces modèles pour évaluer

l'impact d'un changement de régime de politique économique. Par exemple, il n'est pas possible d'évaluer l'effet d'une transition des changes fixes vers les changes flexibles ou du fait de rejoindre une union monétaire; ou encore une réforme du droit du travail ou l'imposition de règles favorisant la discipline budgétaire.

## 10.1 Exemples

### 10.1.1 Le revenu permanent

Revenons au modèle de revenu permanent analysé dans la section 5.1. On se souvient que la consommation est donnée par  $c_t = g(r)R_t^a$ , où  $R_t^a$  est le revenu permanent anticipé. Supposons que le revenu à la date  $t$ ,  $y_t$ , soit égal à la somme de deux composantes: d'une part une composante purement exogène notée  $\varepsilon_t$ , que l'on peut interpréter comme un choc de demande – confiance des investisseurs, moral des ménages, etc – et qu'on supposera pour simplifier i.i.d. et de moyenne nulle. D'autre part une composante induite par les dépenses publiques notée  $g_t$ , qu'on suppose suivre le processus suivant:.)

$$g_t = \beta g_{t-1} - \lambda \varepsilon_t. \quad (67)$$

Cela signifie que les autorités stabilisent les fluctuations dues à  $\varepsilon$ , puisqu'elles réduisent les dépenses publiques d'une quantité  $\lambda$  pour chaque point de hausse de  $\varepsilon$ . Par ailleurs, les dépenses publiques sont persistantes, ce qui est pris en compte par le paramètre  $\beta$ . On a

$$y_t = \varepsilon_t + g_t$$

et donc, en suivant des dérivations similaires à celles de la section 5.1, et en notant que  $E_t g_{t+i} = \beta^i g_t$  d'après (67),

$$\begin{aligned} R_t^a &= E_t \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{\varepsilon_{t+i} + g_{t+i}}{(1+r)^i} \\ &= \varepsilon_t + \frac{1+r}{1+r-\beta} g_t. \end{aligned}$$

ON a  $dy_t/d\varepsilon_t = 1 - \lambda$  et  $dR_t^a/d\varepsilon_t = 1 - \lambda \frac{1+r}{1+r-\beta}$ . Un économètre keynésien qui estimerait la réaction de la consommation aux chocs de revenus obtiendrait une propension marginale à consommer le revenu courant égale à

$$\begin{aligned} m &= \frac{dc_t}{dy_t} = \frac{dc_t/d\varepsilon_t}{dy_t/d\varepsilon_t} = g(r) \frac{dR_t^a/d\varepsilon_t}{dy_t/d\varepsilon_t} \\ &= g(r) \frac{1 - \lambda \frac{1+r}{1+r-\beta}}{1 - \lambda} = f(\lambda, \beta). \end{aligned} \quad (68)$$

Cette propension marginale à consommer n'est donc pas un paramètre structurel du modèle: elle dépend du "régime de politique économique" à travers l'intensité de la stabilisation  $\lambda$  et la persistance des dépenses publiques  $\beta$ . Si par exemple le gouvernement décide de mieux stabiliser les chocs de demande en augmentant  $\lambda$ , alors cette propension à consommer changera et toute évaluation des effets du nouveau régime à partir d'une estimation de  $m$  sur un échantillon de données où prévalait le régime précédent sera erronée.

L'erreur vient du fait que le modèle utilisé pour l'évaluation de la politique économique est incorrect parce qu'il suppose que la propension marginale à consommer le revenu courant est un paramètre structurel du modèle. Bien entendu, un gouvernement qui comprendrait la façon dont sa politique économique affecte  $m$  pourrait correctement implémenter sa politique optimale, pour autant que celle-ci ne dépende des préférences des agents qu'à travers  $m$ . Supposons que la fonction objectif que maximise le gouvernement s'écrive  $V(m, \beta, \lambda)$ . Un gouvernement qui met en oeuvre sa politique économique en croyant que  $m$  est constant choisira  $\beta$  et  $\lambda$  de façon à maximiser  $V(\hat{m}, \beta, \lambda)$ , où  $\hat{m}$  est son estimation privilégiée de  $m$ . Ses conditions du premier ordre sont

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \lambda}(\hat{m}, \beta, \lambda) &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \beta}(\hat{m}, \beta, \lambda) &= 0, \end{aligned}$$

ce qui définit une politique optimale myope  $\beta = \beta_0(\hat{m})$ ,  $\lambda = \lambda_0(\hat{m})$ . Cette politique optimale dépend de l'estimation  $\hat{m}$ . Supposons pour simplifier que

celle-ci soit correcte; alors  $\hat{m} = m$  et l'on a vu que cette quantité dépend elle-même de  $\beta$  et de  $\lambda$  selon (68). La mise en oeuvre de la politique optimale myope conduit à un changement de la valeur de  $m$  et donc en particulier à ce que la politique choisie ne soit plus optimale pour cette nouvelle valeur. On peut cependant imaginer que le gouvernement révisé à nouveau sa stratégie, ce qui conduirait à un processus de tâtonnement au terme duquel la politique suivie serait cohérente avec la propension marginale à consommer correspondante. L'économie se trouvera alors à un "point fixe" où le gouvernement choisit la meilleure politique possible étant donnée la propension marginale à consommer, tandis que simultanément cette dernière correspond au comportement optimal de consommation des agents privés étant donnée la politique économique. Cet équilibre est décrit par les trois équations suivantes

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \lambda}(m, \beta, \lambda) &= 0; \\ \frac{\partial V}{\partial \beta}(m, \beta, \lambda) &= 0; \\ m &= f(\beta, \lambda).\end{aligned}$$

Les deux premières équations signifient que la politique est optimale étant donné le comportement de consommation des agents, donc en particulier étant donné  $m$ . La dernière équation signifie que le comportement des agents est lui-même optimal étant donné les paramètres du régime de politique économique,  $\beta$  et  $\lambda$ . En d'autres termes, nous nous trouvons dans un jeu entre le public ou le gouvernement, où chacun des joueurs choisit sa stratégie de manière optimale en prenant comme donnée la stratégie de l'autre. Une telle situation est appelée équilibre de Nash\*.

L'équilibre est ici suboptimal au sens où le gouvernement choisit  $\beta$  et  $\lambda$  en considérant  $m$  comme constant et en ignorant que sa valeur dépend en réalité de son propre choix de politique économique. Un gouvernement qui prendrait en compte cette dépendance intégrerait le fait que  $m = f(\beta, \lambda)$  et choisirait  $\beta$  et  $\lambda$  de manière à maximiser  $V(f(\beta, \lambda), \beta, \lambda)$ , ce qui donne les conditions du premier ordre suivant:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial m} \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{\partial V}{\partial \lambda} &= 0, \\ \frac{\partial V}{\partial m} \frac{\partial f}{\partial \beta} + \frac{\partial V}{\partial \beta} &= 0.\end{aligned}$$

Il est cependant logique de penser que pour comprendre la dépendance de  $m$  par rapport à  $\beta$  et  $\lambda$ , il faut avoir compris le vrai comportement des consommateurs, à savoir qu'ils consomment leur revenu permanent et non leur revenu courant. Sinon, l'économie convergera naturellement vers l'équilibre de Nash décrit précédemment.

### 10.1.2 La courbe d'offre de Lucas

La critique de Lucas apparaît naturellement dans son modèle de misperceptions que nous avons discuté au chapitre précédent. On se souvient que la pente de la courbe d'offre agrégée (58) est d'autant plus élevée que la volatilité des chocs monétaires l'est. Or cette volatilité est elle-même différente selon le régime de politique économique. Il en résulte une problématique similaire à celle de l'exemple précédent.

La volatilité de la politique monétaire dépend généralement de la pente de la courbe de Phillips. Plus celle-ci est élevée, moins la politique monétaire est efficace. Selon les préférences des décideurs publics, cette inefficacité peut conduire à un abandon de l'activisme monétaire ou au contraire au renforcement de celui-ci. Supposons par exemple que la courbe d'offre agrégée soit

$$y = a(\pi - \pi^e) + \eta, \tag{69}$$

où  $\eta$  est un choc d'espérance nulle, non observé par les agents au moment où ils forment leurs anticipations d'inflation  $\pi^e$  mais observé par la banque centrale au moment de décider de sa politique monétaire. Supposons que la banque centrale contrôle parfaitement le taux d'inflation  $\pi$  et stabilise les chocs d'offre de façon à maximiser une fonction analogue à (44),  $u(y, \pi) =$

$-\pi^2 - \phi y^2$ .<sup>20</sup> En substituant (69), on obtient l'analogue de(45):

$$\max_{\pi} -\pi^2 - \phi(a(\pi - \pi^e) + \eta)^2. \quad (70)$$

La condition du premier ordre est

$$-2\pi - 2\phi a(a(\pi - \pi^e) + \eta) = 0,$$

d'où

$$\pi = \frac{\phi a(a\pi^e - \eta)}{1 + \phi a^2}.$$

À l'équilibre à anticipations rationnelles, on doit avoir

$$\pi^e = E\pi = \frac{\phi a(a\pi^e - E\eta)}{1 + \phi a^2},$$

soit clairement  $\pi^e = 0$ , d'où

$$\pi = -\frac{\phi a \eta}{1 + \phi a^2}. \quad (71)$$

Ayant observé la valeur du choc  $\eta$  avant les agents, la banque centrale crée une surprise inflationniste de façon à maximiser (70). Si par exemple  $\eta < 0$ , le choc est récessif, et la banque centrale crée de l'inflation pour compenser l'impact négatif de ce choc sur l'activité. De plus, le coefficient qui décrit la réaction de la banque centrale au choc,  $-\frac{\phi a}{1 + \phi a^2}$ , dépend lui-même de la pente de la courbe de Phillips,  $a$ .

D'après le modèle de Lucas, cette pente dépend elle-même négativement de la variance des chocs d'inflation, parce que lorsque celle-ci est plus volatile, les producteurs attribuent une plus grande partie des fluctuations du prix de leur bien à celles du niveau général des prix. On a donc  $a = f(\sigma_{\pi}^2)$  avec  $f' < 0$ .

Le logique de l'exemple précédent s'applique de nouveau. Une banque centrale qui déciderait de changer sa politique de stabilisation sur la base d'une estimation économétrique de  $a$ , sans réaliser que  $a$  dépend en fait

---

<sup>20</sup>Il est désormais plus commode d'adopter cette formulation plutôt que  $u(y, \pi) = -(1 - \beta)\pi^2 - \beta y^2$ . Les deux formulations sont évidemment rigoureusement équivalentes.

de son propre comportement, prendrait des décisions erronées: le nouveau régime de politique économique changerait  $a$ , et cette politique n'est plus optimale étant donnée la nouvelle valeur de  $a$ . De même, un processus de réoptimisation devrait conduire à un équilibre où le régime de stabilisation et le mécanisme d'inférence des agents sont mutuellement compatibles. Cela signifie, d'après (71), que la volatilité de l'inflation doit satisfaire à l'équation suivante:

$$\sigma_\pi^2 = \left( \frac{\phi f(\sigma_\pi^2)}{1 + \phi f(\sigma_\pi^2)^2} \right)^2 \sigma_\eta^2.$$

Enfin, ce type d'équilibre n'est pas optimal pour la banque centrale qui obtiendrait de meilleurs résultats si elle pouvait s'engager sur une règle qui prenne en compte la dépendance de  $a$  par rapport à  $\sigma_\pi^2$ .

Supposons que la règle suivie par la banque centrale soit  $\pi = -k\eta$ . Alors  $\pi^e = 0$  et d'après (69) on a  $y = \eta(1 - ak) = \eta(1 - kf(k^2\sigma_\eta^2))$ . La banque centrale choisira  $k$  de manière à maximiser

$$\begin{aligned} Eu &= -Var(\pi) - \phi Var(y) \\ &= -k^2\sigma_\eta^2 - \phi(1 - kf(k^2\sigma_\eta^2))^2\sigma_\eta^2. \end{aligned}$$

La condition du premier ordre est, après simplification

$$k + \phi f(k^2\sigma_\eta^2)(kf(k^2\sigma_\eta^2) - 1) + 2\phi k^2\sigma_\eta^2 f'(k^2\sigma_\eta^2)(kf(k^2\sigma_\eta^2) - 1) = 0,$$

soit

$$k = \frac{\phi(a + 2(1 - ka)k^2 f')}{1 + \phi a^2}.$$

Ce terme diffère de son analogue pour un gouvernement myope, égal à  $\frac{\phi a}{1 + \phi a^2}$  comme on l'a vu ci-dessus, d'un terme correctif égal à  $2(1 - ka)k^2 f'$  qui est négatif<sup>21</sup> puisque  $f' < 0$ . La prise en compte de l'effet du régime de

---

<sup>21</sup>En effet, on a toujours  $1 - ka > 0$ . Si ce n'était pas le cas, on pourrait diminuer légèrement  $k$  ce qui réduirait la valeur absolue de  $1 - ka$  et donc la variance de  $y = \eta(1 - ak)$ , ainsi évidemment que celle de  $\pi = -k\eta$ , ce qui augmente  $Eu = -Var(\pi) - \beta Var(y)$ .

politique économique sur la pente de la courbe de Phillips conduit donc à réduire le degré d'activisme, parce que les autorités comprennent qu'une telle réduction rend l'arbitrage inflation-chômage plus avantageux, ce qui facilite la tâche de stabilisation.

## 10.2 Critique de la critique de Lucas

La critique de Lucas a justifié le passage de modèle agrégatifs inspirés de IS-LM où le comportement des agents était résumé par des boîtes noires telles que la fonction de consommation, à des modèles d'équilibre général fondés microéconomiquement, en anticipations rationnelles, sur l'optimisation intertemporelle et la spécification explicite des préférences, de la technologie, ainsi que des éventuelles contraintes institutionnelles et informationnelles auxquelles les agents sont soumis.

Cette approche résout la contradiction entre la macroéconomie et la microéconomie. Elle est également considérée comme "robuste à la critique de Lucas". Cela signifie que puisque les préférences des agents sont considérées comme connues et leurs comportement dérivés de ces préférences, il est possible de calculer, au moyen du modèle, la manière dont nouveau régime de politique économique changera leur comportement. C'est effectivement ce que nous avons fait dans les deux exemples qui précèdent.

Dans la section 10.1.1, nous avons pu calculer le vrai revenu permanent des agents et la façon dont il dépendait des paramètres qui caractérisent la politique économique,  $\phi$  et  $\lambda$ . C'est parce que nous considérons une économie dont nous connaissons le vrai modèle. De même, dans la section 10.1.2, la fonction  $f()$  qui décrit la façon dont la pente de la courbe de Phillips dépend de la variance des chocs monétaires nous est en principe connue, parce que dans le chapitre 9 nous sommes capables de calculer cette fonction à partir des données microéconomiques caractéristiques de l'économie considérée.

En réalité l'argument selon lequel ces modèles sont robustes à la critique de Lucas est très exagéré. Il ignore le fait que ces modèles ne sont que des modèles, donc faux par construction. Dans un univers parallèle

où tout se passerait exactement de la manière décrite par le modèle, on pourrait s'en servir pour calculer l'effet d'un changement de régime de politique économique, et l'on obtiendrait un résultat correct, contrairement à un économètre qui ne se servirait que de la forme réduite du modèle (par exemple une fonction de consommation agrégée) dont les paramètres ne sont pas structurels. Mais si le modèle est faux, l'avantage que lui confère son caractère fondé microéconomiquement est fort diminué. Les paramètres fondamentaux (tels que ceux qui déterminent la fonction d'utilité des agents, comme par exemple le taux de préférence pour le présent ou la courbure de l'utilité) ne sont plus structurels parce que les données fondamentales du modèle n'ont pas de contrepartie réelle.

Ainsi, on peut imaginer que le modélisateur suppose l'existence d'un consommateur représentatif, dont la fonction  $g(r)$ , déjà utilisée dans les sections 5.1 et 10.1.1 qui décrit la propension à consommer le revenu permanent serait invariante. En réalité, si les agents sont hétérogènes, la relation entre consommation et revenu permanent au niveau agrégé n'a pas de raison d'être stable ni indépendante du régime de politique économique. Par exemple, un changement de politique qui redistribuerait en moyenne au profit des agents les moins patients (ceux avec un  $g(r)$  élevé) et au détriment des plus patients (ceux avec un  $g(r)$  faible), réduirait le taux d'épargne et engendrerait un déplacement vers le haut de l'équivalent agrégé de la fonction  $g$ . En d'autres termes, un consommateur représentatif doté de préférences stables n'existe pas dans la réalité. Dans le modèle, on attribue à ce personnage abstrait des préférences (résumées ici par la fonction  $g()$ ) de manière à coller au mieux aux données. Mais le consommateur représentatif n'étant, précisément, qu'une représentation, les paramètres de ses préférences qui collent le mieux aux données changent lorsque celles-ci changent sous l'action d'un nouveau régime de politique économique.

## 11 La crédibilité de la politique monétaire

D'après l'hypothèse du taux naturel, si les anticipations sont rationnelles, une politique monétaire systématique n'a pas d'effets. Il semble cependant que les gouvernements mettent régulièrement en place des politiques de stimulation visant à augmenter le niveau d'activité. Ainsi, par exemple, dans l'article de Barro (1977) déjà cité, on trouve que la croissance de la masse monétaire à la date  $t$  est d'autant plus élevée que le chômage à la date  $t - 1$  est élevé. Ceci semble raisonnable: les autorités essaient de relance l'économie en période de récession. Mais la composante de cette politique qui dépend du chômage à la période précédente est, en principe, entièrement anticipée par les agents, et doit donc être sans effets sur l'activité. Dans la mesure où une telle relance ne fait qu'accroître l'inflation, on peut se demander pourquoi les décideurs économiques pratiquent de telles activités de relance inefficaces.

La réponse à cette question est donnée par Kydland et Prescott (1977) et Barro et Gordon (1982). A court terme, les anticipations sont "gelées" – par exemple dans les hausses de salaires pour l'année courante négociées l'année précédente, comme on l'a vu dans la section 7.1. Les autorités sont donc tentées d'accroître le taux d'inflation au-delà du niveau anticipé, ce qui crée une surprise et relance l'activité.

Mais, de même qu'ils connaissent le vrai modèle de l'économie, les agents comprennent cette tentation et anticipent cette politique. A l'équilibre, la "surprise inflationniste" n'en est pas une et la tentative du gouvernement de stimuler l'économie se traduit simplement par une inflation plus forte. Il y a donc un *biais inflationniste* qui résulte de l'incapacité du gouvernement à *s'engager* sur sa politique future. Un tel engagement permettrait au gouvernement de se lier les mains et de s'empêcher de créer ex-post une surprise inflationniste inefficace car déjouée ex-ante par les agents qui la prennent en compte dans leurs anticipations. Ainsi, une *règle* de politique monétaire préannoncée est supérieure à une politique purement discrétionnaire, parce que la première implique une capacité d'engagement qui est absente de la

seconde.

## 11.1 Le modèle de Barro et Gordon (1982)

Le modèle de Barro-Gordon repose sur l'idée suivante. Supposons qu'il existe des rigidités *structurelles*, telles que concurrence imparfaite, rigidités réelles, frictions, etc, qui réduisent le taux naturel d'activité, de sorte que ce dernier est inférieur à l'optimum social. Alors un gouvernement *bienveillant*, qui maximise le bien-être social, sera tenté ex-post de créer plus d'inflation que celle qui était anticipée, puisque ceci stimule l'activité, la rapprochant ainsi de son niveau optimum. Mais comme les agents privés comprennent ce biais inflationniste du gouvernement, sa politique ne peut être non anticipée. Sa tendance à créer de l'inflation pour stimuler l'activité *dans l'intérêt général* ne se traduit, à l'équilibre, que par une inflation accrue.

Les ingrédients du modèle nous sont déjà connus. Il y a une courbe d'offre de Lucas donnée par

$$y_t = \alpha(\pi_t - \pi_t^e) + \bar{y}, \quad (72)$$

où  $\bar{y}$  est le taux naturel. A chaque date  $t$ , le gouvernement fixe le taux d'inflation  $\pi_t$  de manière à maximiser sa fonction d'utilité qui est donnée par

$$u(\pi_t, y_t) = -\pi_t^2 - \phi(y_t - y^*)^2. \quad (73)$$

Ici  $y^*$  est l'objectif autour duquel les autorités cherchent à stabiliser  $y_t$ ; il s'interprète comme le niveau *optimal* du PIB. On suppose qu'il diffère du taux naturel et si comme on l'a indiqué plus haut l'économie souffre de rigidités alors on aura  $y^* > \bar{y}$ .

### 11.1.1 L'équilibre sans engagement

Supposons que le gouvernement fixe sa politique de manière discrétionnaire, c'est à dire en choisissant  $\pi$  à la date  $t$  une fois formées les anticipations des agents. Il est facile de voir qu'en maximisant (73) le gouvernement choisit un taux d'inflation égal à

$$\pi_t = \frac{\alpha\phi(\alpha\pi_t^e + y^* - \bar{y})}{1 + \alpha^2\phi}. \quad (74)$$

On note que le taux d'inflation est d'autant plus élevé que les anticipations d'inflation le sont:  $d\pi/d\pi^e = \frac{\alpha^2\phi}{1+\alpha^2\phi} > 0$ . Comme on l'a vu dans la section 7.4, le gouvernement accommode partiellement les anticipations d'inflation, ceci d'autant plus que le poids sur l'activité dans sa fonction d'utilité est élevé. Par ailleurs, le taux d'inflation est d'autant plus fort que les distortions réelles auxquelles est soumise l'économie sont fortes, c'est à dire que la différence entre le niveau optimal de l'activité et son niveau d'équilibre,  $y^* - \bar{y}$ , est grande. Cela se comprend aisément: plus le niveau d'activité est suboptimalement bas, plus le gain social d'accroître celle-ci est fort, et plus le gouvernement créera d'inflation afin d'obtenir un PIB élevé.

A l'équilibre à anticipations rationnelles, l'anticipation d'inflation coïncide avec son espérance mathématique. Comme le taux d'inflation n'est pas sujet à des chocs, cette dernière coïncide avec l'inflation réalisée. On a donc  $\pi^e = \pi$ , d'où d'après (74)

$$\pi = \alpha\phi(y^* - \bar{y}) = \tilde{\pi} > 0.$$

Au taux d'inflation  $\tilde{\pi}$ , l'économie se trouve dans une situation d'équilibre à anticipations rationnelles, en dépit de la tendance des autorités à créer une surprise inflationniste. C'est parce que l'utilité marginale pour le gouvernement de créer une inflation supérieure à son niveau anticipé, en termes d'activité supplémentaire, compense exactement la perte marginale d'utilité engendrée par ce surcroît d'inflation. Cela n'est pas le cas pour des valeurs de  $\pi^e$  inférieures à  $\tilde{\pi}$ , où le premier effet domine le second; et c'est l'inverse pour  $\pi^e > \tilde{\pi}$ .

Par ailleurs, clairement

$$y = \bar{y}.$$

La volonté du gouvernement de stimuler l'économie ne fait qu'accroître

le taux d'inflation. La production reste à son niveau naturel.

Le bien-être social est égal à

$$u(\tilde{\pi}, \bar{y}) = -\phi(1 + \alpha^2 \phi)(y^* - \bar{y})^2 = u_{NASH}.$$

Nous utilisons ici l'indice "Nash" car on peut considérer cet équilibre comme celui d'un jeu entre le gouvernement et le public, où la stratégie du premier est le taux d'inflation et celle du second l'inflation anticipée. Dans la mesure où le gouvernement prend comme données les anticipations d'inflation et où, de même, le public considère comme donnée la politique du gouvernement, nous avons bien affaire à un équilibre de Nash tel que défini à la section 10.1.1.

### 11.1.2 L'équilibre avec engagement

Supposons maintenant que le gouvernement puisse annoncer à l'avance, de manière *crédible*, le taux d'inflation. Alors, quel que soit ce taux  $\pi$ , on a  $\pi^e = \pi$  et  $y = \bar{y}$ . Le gouvernement sachant qu'il ne peut contrôler  $y$ , choisira clairement

$$\pi = \pi^* = 0.$$

La valeur correspondante du bien-être est

$$u(\pi^*, \bar{y}) = -\phi(y^* - \bar{y})^2 = u_C.$$

Notons que puisqu'à l'équilibre,  $y$  ne saurait différer de  $\bar{y}$ ,  $V_C$  est l'utilité maximum que l'on puisse atteindre à l'équilibre à anticipations rationnelles.

### 11.1.3 Comparaison entre les deux équilibres

On note que puisque  $\tilde{\pi} > \pi^* = 0$ , l'absence d'engagement crée un *biais inflationniste*. Le gouvernement choisit un taux d'inflation plus élevé que celui auquel il aimerait s'engager. De plus:

- $\frac{\partial \tilde{\pi}}{\partial \alpha} > 0$  : le biais inflationniste est d'autant plus grand que l'arbitrage inflation-chômage est plus favorable, ce qui augmente évidemment l'incitation à s'en servir pour accroître le niveau d'activité.

- $\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial (y^* - \bar{y})} > 0$  : le biais inflationniste est d'autant plus grand que les distorsions sont élevées. En particulier si  $y^* = \bar{y}$  il n'y a pas de biais inflationniste. C'est parce que si le niveau d'activité est égal à son taux naturel, à la marge le gouvernement n'a aucune incitation à créer de l'inflation puisque le niveau d'activité est optimal<sup>22</sup>.
- $\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial \phi} > 0$  : le biais inflationniste est d'autant plus élevé que le gouvernement accorde un poids élevé au niveau d'activité, relativement à l'objectif de stabilité des prix.

Un gouvernement aura toujours intérêt, ex-post, à renier ses engagements. En effet, une fois l'inflation préannoncée à son niveau optimal  $\pi = 0$ , et les anticipations d'inflation coïncidant avec ce niveau, le gouvernement peut accroître le bien être social ex-post en créant une surprise inflationniste. D'après (74) le taux d'inflation optimal est

$$\pi = \frac{\alpha \phi (y^* - \bar{y})}{1 + \alpha^2 \phi} = \pi_D > 0. \quad (75)$$

La politique optimale avec engagement est *incohérente temporellement* ("time inconsistent"). La politique préannoncée diffère de celle qu'il est optimal de mettre en oeuvre le moment venu. Cela tient au fait que l'annonce d'une politique future, si elle est crédible, affecte les anticipations, tandis que celles-ci sont déjà formées au moment de la mise en oeuvre de cette même politique. Le gouvernement s'appuie sur le fait qu'il est trop tard pour réviser les anticipations pour tromper les agents. Dans leur article, Kydland et Prescott donnent un exemple analogue concernant la fiscalité du capital. Taxer le capital physique déjà installé est peu distorsionnaire, à cause de l'aspect irréversible des décisions d'investissement (par exemple, il

---

<sup>22</sup>En dépit de son biais inflationniste, le gouvernement pourrait vouloir une inflation positive parce que l'inflation anticipée l'est elle-même, afin d'éviter une récession. Cependant, d'après (74), le gouvernement n'accomode que partiellement les anticipations d'inflation; si celles-ci sont positives, il créera donc moins d'inflation que ne le prévoient les agents, puisque si  $\bar{y} = y^*$ , la composante "stimulus" de celle-ci, représentée par le terme  $y^* - \bar{y}$  dans le numérateur de (78), est absente. Le seul équilibre à anticipations rationnelles est donc bien  $\pi = 0$ .

n'est pas possible de démonter une usine de façon à récupérer la totalité de son coût d'installation). En revanche, l'anticipation d'un taux de taxation du capital élevé dissuade les investisseurs. Il est donc intéressant de s'engager à l'avance sur une fiscalité du capital faible. Mais cette capacité d'engagement est battue en brèche par l'incitation à taxer le capital à un taux élevé, une fois celui-ci installé. Pour revenir au modèle de Barro-Gordon, la tentation de renier ses engagements est d'autant plus forte que l'on trompe les agents dans leur propre intérêt, puisque l'expansion créée par la surprise inflationniste lorsque le gouvernement met en place  $\pi = \pi_D$  plutôt que  $\pi = 0$  augmente le bien-être social.

#### **11.1.4 Crédibilité et réputation: l'équilibre dynamique en "trigger strategies"**

Etant donnée l'incitation du gouvernement à ne pas tenir ses promesses, il est légitime de se demander d'où vient sa capacité d'engagement. Cette question a fait l'objet d'une vaste littérature. Dans ce chapitre nous considérerons deux possibilités: d'une part, la "réputation"; de l'autre, la possibilité de déléguer la politique monétaire à un banquier central conservateur.

Concernant la réputation, l'idée est que les agents croient que la banque centrale implémentera effectivement le taux d'inflation qu'elle a promis, parce qu'il est coûteux pour elle de dévier de cette promesse. En cas de déviation, le banquier central perd sa "réputation" au sens où les agents cessent de croire à ses annonces. Sa capacité d'engagement est alors nulle et il ne lui est plus possible d'implémenter le taux d'inflation optimal (égal ici à zéro). La perte de réputation est donc coûteuse en termes de bien-être et c'est cette perspective qui incite la banque centrale à tenir ses engagements.

Nous pouvons analyser ces idées dans le cadre d'un jeu répété où à chaque période  $t$ , le gouvernement choisit le taux d'inflation  $\pi_t$  et où le PIB est déterminé par (72). Les agents, quant à eux, prennent leurs décisions pour la date  $t$  sur la base de leurs anticipations d'inflation pour cette date, anticipations qu'ils forment rationnellement en prenant comme donnée la stratégie du gou-

vement.

La fonction d'utilité intertemporelle du gouvernement à partir de la date  $t$  est

$$V_t = \sum_{s=t}^{+\infty} \beta^{s-t} u(\pi_s, y_s). \quad (76)$$

Le paramètre  $\beta \in (0, 1)$  est le facteur d'escompte. Plus celui-ci est faible, plus le gouvernement est impatient.

Un "équilibre parfait" est une trajectoire de l'économie telle que (i) il n'est pas dans l'intérêt du gouvernement de dévier de sa stratégie, (ii) toute trajectoire suivie par l'économie après une déviation constituerait elle-même un équilibre parfait. Cette condition empêche notre équilibre de reposer sur des croyances concernant ce qui se passerait après une déviation qui s'avèreraient fausses, au sens où il ne serait pas rationnel pour certains agents, après cette déviation, de choisir des actions conformes à ces croyances. En ce qui concerne les agents privés, dans le cas qui nous occupe leur stratégie se ramène à former leurs anticipations; dans un équilibre parfait, celles-ci sont correctes.

Nous allons montrer que sous certaines conditions, il existe un équilibre parfait tel que à chaque période le taux d'inflation est nul; en d'autres termes, tout se passe comme si le gouvernement pouvait s'engager à l'avance sur sa politique monétaire.

On peut tout d'abord construire un équilibre "non coopératif" où l'inflation est égale à  $\pi_t = \pi_t^e = \pi_{NASH}$  à chaque date  $t$ . Ceci est bien un équilibre parfait: à la date  $t$ , le gouvernement choisit  $\pi_t$  de manière à maximiser (76), en anticipant que l'on aura  $\pi_s = \pi_{NASH}$  à toutes les dates futures  $s \geq t + 1$  quel que soit son choix pour  $\pi_t$ . Ce choix n'a donc aucun effet sur  $u(\pi_s, y_s)$  pour  $s \geq t + 1$  et le gouvernement se contente de maximiser l'utilité courante  $u(\pi_s, y_s)$  étant donné les anticipations d'inflation égales à  $\pi_t^e = \pi_{NASH}$ . Or, comme on l'a vu plus haut, par construction la solution de ce problème est  $\pi = \pi_{NASH}$ , i.e. l'équilibre à anticipations rationnelles du jeu statique. Il est donc rationnel pour le gouvernement de choisir  $\pi_t = \pi_{NASH}$  et donc pour

les agents d'anticiper  $\pi_t^e = \pi_{NASH}$ .

Le bien-être social associé à cette trajectoire d'équilibre est égal à

$$V_{NASH} = \sum_{s=t}^{+\infty} \beta^{s-t} u_{NASH} = \frac{u_{NASH}}{1-\beta} = -\frac{\phi(1+\alpha^2\phi)(y^* - \bar{y})^2}{1-\beta}. \quad (77)$$

Nous allons maintenant construire un équilibre "coopératif". Cet équilibre rend compte de l'idée que les autorités monétaires, bien que ne disposant pas d'une technologie d'engagement, peuvent néanmoins se contraindre à mettre en oeuvre une inflation nulle, parce qu'elles ont la réputation de se comporter ainsi, et parce que ne pas le faire conduirait à la perte de cette réputation, qui est coûteuse. Notre équilibre coopératif a les propriétés suivantes: A. A chaque date, le gouvernement choisit un taux d'inflation  $\pi = 0$ , et les agents anticipent  $\pi^e = 0$ . B. Si le gouvernement choisit un taux  $\pi \neq 0$  à la date  $t$ , alors les agents anticipent  $\pi_s^e = \pi_{NASH}$  pour toutes les dates futures  $s \geq t+1$  et le gouvernement choisit  $\pi_s = \pi_{NASH}$ . En d'autres termes, si le gouvernement dévie, l'économie suit la même trajectoire que l'équilibre non coopératif dont on sait déjà que c'est un équilibre parfait. La condition (ii) est donc satisfaite. Pour vérifier si un tel équilibre existe, il nous faut montrer qu'il est toujours préférable pour le gouvernement de se conformer aux anticipations en mettant en oeuvre une inflation nulle, plutôt que de choisir un taux d'inflation différent.

Notons d'abord que si le gouvernement choisit  $\pi \neq 0$ , alors quel que soit ce choix, l'économie suit la trajectoire non coopérative à partir de la date  $t+1$ , ceci indépendamment de la valeur de  $\pi$ . Cette valeur n'influe donc pas sur les termes postérieurs à la date  $t$  dans (76), qui sont tous égaux à  $u_{NASH}$ . Le gouvernement se contente donc, une fois la décision de dévier prise, de choisir  $\pi$  de façon à maximiser  $u(\pi, y)$  avec  $\pi^e = 0$ , et on a vu plus haut que la valeur correspondante de  $\pi$  est  $\pi_D$ . On peut calculer le niveau d'utilité correspondant, en utilisant (75), (72) et (73):

$$u_D = u(\pi_D, \alpha\pi_D + \bar{y}) = -\frac{\phi}{1+\alpha^2\phi}(y^* - \bar{y})^2 > u_C. \quad (78)$$

Pour le gouvernement, une déviation offre des gains à court terme mais

est coûteuse à long terme. A court terme, il parvient à stimuler l'activité en s'appuyant sur les anticipations d'inflation des agents, qui sont faibles, pour créer une surprise inflationniste en évitant que le niveau des prix soit trop élevé. Mais ceci n'a lieu qu'une fois: les agents "punissent" le gouvernement qui perd sa réputation de "faucon" anti-inflationniste. Désormais, ils anticipent rationnellement que  $\pi = \pi_{NASH}$ , et l'économie se retrouve à l'équilibre non coopératif. Il est facile de calculer la valeur totale pour le gouvernement de dévier de sa stratégie d'équilibre:

$$V_D = u_D + \sum_{s=t+1}^{+\infty} \beta^{s-t} u_{NASH} = u_D + \beta \sum_{s=t+1}^{+\infty} \beta^{s-t-1} u_{NASH} = u_D + \beta V_{NASH}.$$

Pour que l'équilibre coopératif existe, il faut que la valeur de la déviation soit inférieure à celle de choisir  $\pi = 0$ . Si le gouvernement choisit  $\pi = 0$ , les agents continuent d'anticiper un tel choix, et à la date  $t + 1$  l'économie se trouve dans la même situation qu'à la date  $t$ . S'il est rationnel pour le gouvernement de choisir  $\pi_t = 0$ , il est également rationnel de choisir  $\pi_{t+1} = 0$  ainsi qu'à toutes les dates suivantes. A chacune de ces dates, l'inflation réalisée et anticipée est donc égale à celle de l'équilibre avec engagement décrit plus haut, et le flux d'utilité correspondant est donc égal à  $u_C$ . La valeur de ne pas dévier et de choisir  $\pi = 0$  est donc égale à

$$V_C = \sum_{s=t}^{+\infty} \beta^{s-t} u_C = \frac{u_C}{1 - \beta} = -\frac{\phi(y^* - \bar{y})^2}{1 - \beta}. \quad (79)$$

L'équilibre coopératif existe pourvu que  $V_C > V_D$ . En utilisant les formules (77)-(79), on trouve que cette condition équivaut à

$$\beta > \frac{1}{2 + \alpha^2 \phi}.$$

Cette formule implique que l'équilibre coopératif a d'autant plus de chances d'exister que

- $\alpha$  et  $\phi$  sont élevés. En effet, si c'est le cas, le biais inflationniste en l'absence d'engagement, sera élevé ce qui a un effet négatif important

sur le bien-être. La perspective, après une déviation, de perdre sa réputation et que l'économie suive la trajectoire non coopérative exerce donc une discipline importante sur les autorités.

- $\beta$  est élevé. En effet, plus le gouvernement est patient, plus les coûts futurs associés à la perte de réputation ont un poids élevé dans sa fonction d'utilité relativement aux bénéfices présents d'une déviation. L'incitation à pratiquer une inflation nulle en est donc clairement accrue.

On note que l'équilibre non coopératif existe toujours. Ce modèle montre qu'il est possible à la banque centrale de se coordonner avec le public sur un équilibre coopératif avec le même taux d'inflation (nul) que si elle pouvait s'engager, mais cela ne garantit nullement que ce soit cet équilibre en particulier qui prévaille plutôt que l'équilibre non coopératif.

## **11.2 La délégation stratégique à un banquier central conservateur (Rogoff, 2005)**

L'idée générale de la délégation stratégique est de confier ses choix à un autre agent, dont les préférences sont telles que même sans capacité d'engagement, cet agent prendra les bonnes décisions, c'est à dire ici le taux d'inflation  $\pi = 0$  que l'on voudrait se contraindre à implémenter ex-ante. C'est l'essence de l'article de Rogoff (2005). Ainsi, dans l'exemple de Barro et Gordon, il suffit de choisir un banquier central n'accordant de l'importance qu'à la stabilité des prix, soit  $\phi = 0$ , pour qu'il choisisse  $\pi = 0$  même en se comportant de façon purement discrétionnaire.

Cependant, dès lors que l'économie est sujette à des chocs et que la politique monétaire peut être utile pour stabiliser ces chocs, la délégation stratégique comporte des coûts: certes, le banquier central conservateur n'est pas sujet au biais inflationniste; mais il ne stabilisera pas non plus les fluctuations macroéconomiques de manière adéquate. C'est ce dilemme que formalise le modèle de Rogoff.

On suppose maintenant que l'économie est sujette à des chocs d'offre; la courbe de Phillips est donnée par

$$y_t = \alpha(\pi_t - \pi_t^e) + \bar{y} + \varepsilon_t, \quad (80)$$

avec  $\varepsilon$  iid et  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

La banque centrale fixe  $\pi$  à la date  $t$  après avoir observé la valeur du choc  $\varepsilon$ , tandis que les anticipations d'inflation sont formées avant la réalisation du choc. La réaction de  $\pi$  à  $\varepsilon$  est donc non anticipée, ce qui permet aux autorités de stabiliser les fluctuations du PIB induites par le choc  $\varepsilon$ .

### 11.2.1 L'équilibre discrétionnaire

La fonction objectif de la banque centrale est à nouveau définie par (73) et il est facile de vérifier qu'à l'équilibre sans engagement on a l'équivalent de (74) qui est ici donné par

$$\pi_t = \frac{\alpha\phi(\alpha\pi_t^e + y^* - \bar{y} - \varepsilon_t)}{1 + \alpha^2\phi}. \quad (81)$$

On peut à nouveau calculer  $\pi_t^e$  en prenant l'espérance mathématique des deux membres de (81) et l'on trouve  $\pi_t^e = E\pi = \alpha\phi(y^* - \bar{y})$ , d'où

$$\pi_t = \alpha\phi(y^* - \bar{y}) - \frac{\alpha\phi\varepsilon_t}{1 + \alpha^2\phi}$$

et

$$y_t = \bar{y} + \frac{\varepsilon_t}{1 + \alpha^2\phi}.$$

Ces deux dernières expressions permettent de calculer l'utilité moyenne de la banque centrale d'après (73):

$$\begin{aligned} Eu &= -E\pi^2 - \phi E(y - y^*)^2 \\ &= -\alpha^2\phi^2(y^* - \bar{y})^2 - \frac{\alpha^2\phi^2}{(1 + \alpha^2\phi)^2}\sigma_\varepsilon^2 - \phi(y^* - \bar{y})^2 - \frac{\phi}{(1 + \alpha^2\phi)^2}\sigma_\varepsilon^2 \\ &= -\phi \left[ (1 + \alpha^2\phi)(y^* - \bar{y})^2 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 + \alpha^2\phi} \right] = u_D. \end{aligned} \quad (82)$$

### 11.2.2 L'équilibre avec délégation stratégique

Comparons cet équilibre à celui que nous obtenons si la politique monétaire est confiée à un banquier central conservateur dont le poids sur le PIB dans la fonction d'utilité est nul. Il choisira le même taux d'inflation que si l'on avait  $\phi = 0$ , c'est à dire  $\pi = 0$ , d'où  $y_t = \varepsilon_t$ . On constate que

- Le biais inflationniste a été éliminé puisque l'inflation est nulle
- La volatilité du PIB est plus élevée puisque  $y_t = \varepsilon_t$  au lieu de  $y_t = \frac{\varepsilon_t}{1+\alpha^2\phi}$  et  $\frac{1}{1+\alpha^2\phi} < 1$ .

On peut à nouveau calculer l'utilité moyenne qui correspond à cet équilibre

$$\begin{aligned} Eu &= -E\pi^2 - \phi E(y - y^*)^2 \\ &= -\phi\sigma_\varepsilon^2 - \phi(\bar{y} - y^*)^2 = u_C. \end{aligned} \quad (83)$$

### 11.2.3 L'équilibre avec engagement

Il est intéressant de comparer les deux solutions qui précèdent à celle qui prévaudrait si la banque centrale pouvait s'engager à l'avance sur une règle de politique monétaire définie par

$$\pi_t = \pi_0 + \pi_1\varepsilon_t.$$

Dans ce cas, on a  $E\pi = \pi_0$  d'où

$$y_t = \bar{y} + (1 + \alpha\pi_1)\varepsilon_t.$$

La banque centrale choisit les paramètres de sa règle,  $\pi_0$  et  $\pi_1$ , de façon à maximiser son utilité, que l'on peut à nouveau calculer facilement:

$$\begin{aligned} Eu &= -E\pi^2 - \phi E(y - y^*)^2 \\ &= -\pi_0^2 - \pi_1^2\sigma_\varepsilon^2 - \phi(1 + \alpha\pi_1)^2\sigma_\varepsilon^2 - \phi(\bar{y} - y^*)^2. \end{aligned}$$

Il est clair qu'à l'optimum on doit avoir

$$\pi_0 = 0$$

et

$$\pi_1 = \arg \max_x -x^2 - \phi(1 + \alpha x)^2,$$

soit, après avoir calculé la condition du premier ordre

$$\pi_1 = -\frac{\phi\alpha}{1 + \alpha^2\phi}.$$

En comparant avec ce qui précède, on en conclut que si elle pouvait s'engager, la banque centrale choisirait la même inflation moyenne que le banquier central conservateur. En revanche, son coefficient de réaction au choc  $\varepsilon$ ,  $\pi_1 = -\frac{\phi\alpha}{1 + \alpha^2\phi}$  est le même que celui qu'elle adopterait en l'absence d'engagement, et représente évidemment une action stabilisatrice plus importante que celle du banquier central conservateur puisqu'il ne réagit pas aux chocs d'offre.

En déléguant au banquier central conservateur, les autorités se contraignent à pratiquer un taux d'inflation nul en moyenne, ce qui est optimal car cela élimine le biais inflationniste systématique. Mais elles perdent la capacité stabilisatrice de la politique monétaire, parce que les préférences du banquier central ne le mènent pas à pratiquer le degré de stabilisation optimal.

#### 11.2.4 Quand est-il optimal de déléguer?

En comparant l'utilité obtenue en déléguant, donnée par (83) avec celle à l'équilibre discrétionnaire, donnée par (82), on trouve qu'il est préférable de déléguer si  $u_C > u_D$ , soit de manière équivalente

$$\sigma_\varepsilon^2 < (1 + \alpha^2\phi)(y^* - \bar{y})^2$$

Cette formule nous montre qu'il est d'autant plus intéressant de déléguer que le biais inflationniste est élevé, c'est à dire en particulier que la différence

entre le niveau d'équilibre du PIB et son niveau optimal,  $y^* - \bar{y}$ , est élevée, que le poids du PIB dans le bien-être,  $\phi$ , est élevé, et qu'il est efficace de créer une surprise inflationniste pour stimuler l'économie, i.e. que  $\alpha$  est élevé. Par ailleurs, il est d'autant plus intéressant de déléguer que la variance des chocs d'offre est faible. En effet, plus celle-ci est élevée, plus la perte de bien-être associée aux moins bonnes vertus stabilisatrices du banquier central conservateur est grande.

### 11.3 Evidence empirique

De nombreux travaux, notamment ceux de Cukierman, ont estimé les effets de l'indépendance et plus généralement des statuts de la banque centrale sur l'inflation et la performance macroéconomique. Par exemple, Cukierman et Webb (1995) s'intéressent aux effets de l'indépendance *de facto* de la banque centrale. En utilisant des données sur les transitions politiques, ils construisent un indicateur de vulnérabilité égal à la probabilité d'un changement de gouverneur de la banque centrale dans les six mois qui suivent un changement de gouvernement. Cet indicateur rend compte plus précisément de l'indépendance de la banque centrale par rapport au pouvoir politique que des mesures plus brutes comme le taux de rotation moyen des gouverneurs (qu'ils utilisent également dans leurs régressions).

Les résultats de Cukierman et Webb en panel de pays montrent qu'une plus grande vulnérabilité ainsi qu'un turnover plus élevé augmentent le taux moyen d'inflation. La vulnérabilité a également un impact négatif sur la croissance de l'économie.

## 12 La crédibilité de la politique monétaire et le financement des déficits publics

Un aspect intéressant du modèle de Barro et Gordon est qu'un gouvernement bienveillant peut avoir un biais inflationniste qui réduit le bien-être social, du simple fait qu'il ne peut s'engager à l'avance sur sa politique future.

Cependant, on peut montrer que de tels biais inefficaces émergent lorsque le gouvernement conduit la politique monétaire non pas de manière bienveillante mais avec un objectif de financement des dépenses publiques.

### 12.1 Crédibilité et seignuriage

Considérons le modèle simple suivant, dû à Calvo (1978).

Les prix sont flexibles et l'économie est au plein emploi. L'équilibre sur le marché des biens implique que le taux d'intérêt réel est égal à son niveau d'équilibre, supposé constant pour simplifié et noté  $r$ . Le taux d'intérêt nominal entre deux dates consécutives  $t$  et  $t + 1$  est alors

$$i_{t+1} = r + \pi_{t+1}^e. \quad (84)$$

La demande de monnaie à la date  $t$  est définie par l'équation suivante:

$$\frac{M_t}{P_t} = f(i_{t+1}), f' < 0. \quad (85)$$

Le gouvernement crée de la monnaie de manière à financer un flux constant et réel de dépenses publiques noté  $G$ . La quantité de monnaie créée à la date  $t$  doit permettre au gouvernement de financer ces achats, on doit donc avoir

$$M_{t+1} - M_t = P_t G. \quad (86)$$

Cette quantité  $M_{t+1} - M_t$  est appelée le **seignuriage**. Par définition, le seignuriage représente les ressources que le gouvernement s'approprie en imprimant de la monnaie. Exprimé en termes réels, le seignuriage vaut

$$S_t = \frac{M_{t+1} - M_t}{P_t}. \quad (87)$$

Cette notion est proche, mais différente, de celle de **taxe inflationniste**. La taxe inflationniste représente l'amenuisement du pouvoir d'achat des encaisses monétaires dû à l'inflation, soit  $T_t = \frac{M_{t+1}}{P_t} - \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}}$ .  $T$  peut se réécrire  $T_t = \pi_{t+1} \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}}$ , soit le produit entre un "taux d'imposition" égal au taux d'inflation  $\pi$  et une "base fiscale" égale aux encaisses monétaires réelles  $M/P$ .

On note que

$$S_t = T_t + \frac{M_{t+1}}{P_{t+1}} - \frac{M_t}{P_t},$$

ce qui signifie la chose suivante: les revenus de seigneurage du gouvernement proviennent de deux sources. D'une part, la taxe inflationniste. D'autre part, la contrepartie de la hausse des encaisses réelles détenues par les agents.

Calculons un état stationnaire de cette économie où le taux d'inflation est constant et anticipé correctement par les agents<sup>23</sup>. Le taux d'intérêt nominal est alors lui aussi constant, et l'on a  $M_t = P_t f(i), \forall t$ . En reportant dans (86) et en utilisant (84) et le fait que  $\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$  on trouve

$$G = \pi f(r + \pi). \tag{88}$$

Cette équation détermine le ou les taux d'inflation d'équilibre (Figure 15). Une ligne horizontale déterminée par  $G$ , le besoin de financement de l'état, intersecte une *courbe de Laffer* qui décrit comment les recettes de seigneurage  $R$  évoluent en fonction du taux d'inflation. Lorsque ce dernier augmente, les agents sont plus taxés ce qui tend à accroître les recettes fiscales. Cependant, l'anticipation d'une inflation plus élevée réduit la demande de monnaie et donc la base fiscale de la taxe inflationniste. La courbe de Laffer n'est donc pas forcément croissante; elle comporte des portions décroissantes le long desquelles "trop d'impôt tue l'impôt", soit ici "trop d'inflation tue le seigneurage".

Une conséquence importante est que *le taux d'inflation d'équilibre n'est pas unique*. En effet, si les agents anticipent un taux d'inflation plus élevé

<sup>23</sup>Dans un tel état stationnaire,  $M/P$  est constant au cours du temps; le seigneurage coïncide donc avec le produit de la taxe inflationniste. Il en irait différemment si le PIB croissait (ce que l'on ignore ici). Si le PIB croît, à l'équilibre  $M/P$  croît au même taux, ce qui engendre des recettes fiscales même en l'absence d'inflation.

entre la date  $t$  et la date  $t + 1$ , d'après (84) et (85) cela réduit la demande de monnaie à la date  $t$ , augmentant le niveau des prix  $P_t$ . Ceci, d'après (86) augmente la valeur nominale des dépenses publiques, ce qui accroît la quantité de monnaie à imprimer et donc les forces inflationnistes. L'inflation a donc un aspect autoréalisateur: le mécanisme que nous venons de décrire peut s'interpréter comme un phénomène de fuite devant la monnaie: anticipant l'inflation, les agents se débarrassent de leurs encaisses, ce qui est en soi inflationniste. Il est même possible que l'équilibre soit un point tel que le point B, où la courbe de Laffer est localement décroissante, cela signifie que si le gouvernement parvenait à annoncer un taux d'inflation légèrement plus faible de manière crédible, ses recettes fiscales augmenteraient.

Du point de vue du financement des dépenses publiques, tous les taux d'inflation d'équilibre sont équivalents puisque par construction ils permettent de financer un montant réel de dépenses égal à  $G$ . Si l'on admet que l'inflation est coûteuse, alors les autorités aimeraient choisir le plus faible taux d'inflation possible. Mais pour que cela soit possible, il est nécessaire qu'elles puissent *s'engager*. En effet, dès lors que les agents anticipent que l'un des taux d'inflation d'équilibre prévaudra, il est optimal pour les autorités de fixer l'inflation à ce taux, qui est le seul, à anticipations données, permettant de financer une quantité  $G$  de dépenses publiques (en d'autres termes, à la date  $t$ , une fois les anticipations et donc  $i$  fixés, il existe une unique valeur de  $M_{t+1}$  qui satisfasse à (86)). Pour coordonner l'économie sur l'équilibre avec le plus petit taux d'inflation possible, les autorités doivent donc être en mesure de préannoncer de manière crédible ce taux. Si c'est le cas, il coïncidera avec les anticipations des agents, et il sera effectivement mis en oeuvre par les autorités puisque, ce taux étant un taux d'équilibre, la quantité de monnaie correspondante permet alors de financer les dépenses publiques.

## 12.2 Les méfaits de la crédibilité: Seigneuriage et monétisation de la dette (Sargent/Wallace)

Dans un article célèbre ("some unpleasant monetarist arithmetics"), Sargent et Wallace analysent des effets pervers d'une politique anti-inflationniste lorsque celle-ci n'est pas soutenue par une politique fiscale adéquate. Pour un gouvernement qui a des difficultés à lever des impôts, le seigneuriage est une source de revenus précieuse. Réduire l'inflation signifie réduire les recettes de seigneuriage, ce qui accélère l'accumulation de dette publique. S'il existe un seuil critique au-delà duquel la dette doit être irrémédiablement monétisée (par exemple sous la pression des marchés financiers qui refusent d'absorber les nouvelles émissions de titres publics), alors la politique anti-inflationniste est contre-productive car elle augmente l'inflation future. On peut même montrer qu'à cause des anticipations, une contraction monétaire peut même accroître l'inflation dès aujourd'hui.

Pour analyser ce mécanisme, reprenons le modèle précédent et supposons qu'il existe deux méthodes de financement des dépenses publiques: le seigneuriage et la dette. Supposons qu'il existe un taux d'intérêt *réel* constant  $r$ . Si  $D$  désigne le stock *réel* de dette publique, et  $G$  les dépenses publiques réelles (supposées constantes au cours du temps pour simplifier), alors on a

$$D_{t+1} = (1 + r)D_t + G - S_t.$$

Avant le seuil critique de monétisation de la dette, les autorités impriment de la monnaie à hauteur d'une fraction  $\theta$  de la dette totale. On a donc

$$S_t = \theta D_t \tag{89}$$

et

$$D_{t+1} = (1 + r - \theta)D_t + G.$$

Après le seuil critique de monétisation, les autorités maintiennent la dette publique à un niveau constant en monétisant les intérêts et les dépenses courantes:

$$S_t = rD_t + G.$$

Ainsi, après ce seuil critique,  $D$  et par conséquent  $S$  restent constants au cours du temps. Il en va de même du taux d'inflation d'équilibre que l'on peut calculer de la même manière que dans la section précédente, à ceci près que  $G$  est désormais remplacé par  $rD + G$ . D'où

$$rD_{T+1} + G = \tilde{\pi}f(r + \tilde{\pi}) \quad (90)$$

$$= G + r[(1 + r - \theta)D_T + G], \quad (91)$$

où  $T + 1$  est la date à partir de laquelle la dette publique est monétisée et  $\tilde{\pi}$  le taux d'inflation constant qui prévaut dans cette économie à partir de cette date.

Calculons maintenant le taux d'inflation à la date  $T$ , celle qui précède le seuil critique. D'après (87), (85) et (84), l'équation (89) peut être réécrite

$$P_{T+1}f(r + \tilde{\pi}) = P_T(\theta D_T + f(r + \pi_{T+1})).$$

Le taux d'inflation entre  $T$  et  $T + 1$  est donc solution de l'équation

$$1 + \pi_{T+1} = \frac{P_{T+1}}{P_T} = \frac{\theta D_T + f(r + \pi_{T+1})}{f(r + \tilde{\pi})}. \quad (92)$$

Comme  $f' < 0$ , ceci définit une relation croissante entre  $\pi_{T+1}$  et  $\tilde{\pi}$  : plus l'inflation est élevée après la date  $T + 1$ , plus le niveau des prix sera élevé à cette date, relativement au stock de monnaie, du fait de l'effet négatif de  $\tilde{\pi}$  sur la demande de monnaie. Ceci aggrave les effets inflationnistes des émissions monétaires entre  $T$  et  $T + 1$ , ce qui augmente  $\pi_{T+1}$ .

La figure 16 représente la détermination du taux d'inflation d'équilibre, pour un niveau donné de dette  $D_T$ . La ligne horizontale MM correspond à (91) qui détermine l'inflation future  $\tilde{\pi}$ . La courbe croissante PP représente la relation (92) entre inflation courante  $\pi_{T+1}$  et inflation future anticipée.

Une politique "anti-inflationniste" consiste à réduire la fraction de la dette  $\theta$  qui est monétisée par les autorités. Comme on peut le voir sur la figure 17, cette politique a deux effets.

Tout d'abord, comme le montre (92), la courbe PP se déplace vers la gauche: toutes choses égales par ailleurs, la quantité de monnaie à imprimer diminue lorsque  $\theta$  diminue ce qui est intrinsèquement moins inflationniste. Cependant, d'après (91), la dette publique sera plus élevée à la date  $T + 1$ , ce qui, si  $\tilde{\pi}$  est sur une portion ascendante de la courbe de Laffer (soit  $\tilde{\pi}f'(r + \tilde{\pi}) + f(r + \tilde{\pi}) > 0$ ), augmente  $\tilde{\pi}$ . La courbe MM se déplace donc vers le haut. On voit que si cet effet est assez puissant, il est tout à fait possible que  $\pi_{T+1}$  augmente en dépit des efforts faits par la banque centrale pour lutter contre l'inflation en diminuant  $\theta$ .

## 13 La théorie du cycle politique

La théorie du cycle politique, qui remonte à Nordhaus, tente d'établir un lien entre les cycles macroéconomiques et le calendrier politique. L'idée originale de Nordhaus (appelée théorie non partisane par Alesina (*non partisan theory*))) est que les gouvernements manipulent systématiquement les politiques monétaires et budgétaires afin de favoriser leur réélection. Ainsi, avant une élection le gouvernement stimule l'économie pour se faire réélire. Après l'élection il crée une récession pour combattre les effets inflationnistes de ses politiques passées, ce qui par ailleurs prépare le terrain en mitigeant les futurs effets inflationnistes de la politique expansionniste qu'il pratiquera à nouveau lors de la prochaine élection.

L'idée directrice du modèle de Nordhaus est que la probabilité que le gouvernement soit réélu dépend de manière disproportionnée de sa performance pendant *l'année de l'élection*. Supposons pour simplifier que les élections aient lieu un an sur deux, les années paires. Supposons également que le gouvernement choisisse au début de son mandat les taux d'inflation pendant ses deux années au pouvoir, notées  $t - 1$  et  $t$ . Cela signifie qu'il possède une certaine capacité d'engagement, puisque le taux d'inflation à la date  $t$  est choisi à l'avance. Par hypothèse, la capacité d'engagement du gouvernement coïncide avec son mandat électoral. La trajectoire des taux d'inflation est fixée pour la durée du mandat et réoptimisée au moment de chaque élection.

Le gouvernement cherche à maximiser sa probabilité de réélection qui est donnée par

$$V_t = U_t + \gamma U_{t-1}, \quad t = 2k,$$

où  $U$  est une mesure de sa performance similaire à une fonction de bien-être social à la Barro-Gordon:

$$U_t = -\pi_t^2 - (y_t - y^*)^2, \quad \forall t.$$

On suppose  $0 \leq \gamma < 1$  : la performance l'année d'avant l'élection joue un rôle moindre dans la probabilité d'être réélu que celle l'année d'élection.

Notons que l'horizon temporel du gouvernement coïncide également avec son mandat, puisque les développements postérieurs à la date  $t$  n'interviennent pas dans la définition de  $V_t$ . La courbe d'offre agrégée est à nouveau donnée par

$$y_t = \pi_t - \pi_t^e, \quad (93)$$

et les anticipations sont adaptatives

$$\pi_t^e = \theta\pi_{t-1} + (1 - \theta)\pi_{t-1}^e. \quad (94)$$

Ainsi, le programme du gouvernement peut être réécrit

$$\max_{\pi_{t-1}, \pi_t} \gamma [-\pi_{t-1}^2 - (\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e - y^*)^2] + [-\pi_t^2 - (\pi_t - \pi_t^e - y^*)^2],$$

avec  $\pi_t^e$  défini par (94). L'inflation anticipée pour la première année du mandat,  $\pi_{t-1}^e$ , est prédéterminée: en effet, les anticipations sont formées un an à l'avance. En revanche, l'inflation anticipée pour la seconde année du mandat,  $\pi_t^e$ , dépend de la politique monétaire à la date  $t - 1$ ,  $\pi_{t-1}$  et le gouvernement prend en compte ces effets lorsqu'il choisit  $\pi_{t-1}$ . Les conditions du premier ordre sont

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \pi_{t-1}} &= -2\gamma\pi_{t-1} - 2\gamma(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e - y^*) + 2(\pi_t - \pi_t^e - y^*)\frac{d\pi_t^e}{d\pi_{t-1}} = 0, \\ \frac{\partial V}{\partial \pi_t} &= -2\pi_t - 2(\pi_t - \pi_t^e - y^*) = 0 \end{aligned}$$

Notons la présence du terme  $\frac{d\pi_t^e}{d\pi_{t-1}}$  dans la première équation, et l'absence d'un terme équivalent dans la seconde. Cela signifie que le gouvernement prend en compte le fait qu'une inflation plus élevée en début de mandat augmente les anticipations d'inflation pour l'année d'élection, ce qui déplace la courbe d'offre agrégée dans un sens défavorable. En revanche, il ne prend pas en compte l'effet négatif de  $\pi_t$  sur  $\pi_{t+1}^e$ , son horizon politique se limitant à son mandat.

La solution de ces conditions du premier ordre est

$$\pi_{t-1} = \frac{\left(\gamma - \frac{\theta(1-\theta)}{2}\right) \pi_{t-1}^e + \left(\gamma - \frac{\theta}{2}\right) y^*}{2\gamma + \theta^2/2}, \quad (95)$$

$$\pi_t = \gamma \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2}\right) \pi_{t-1}^e + \left(1 + \frac{\theta}{2}\right) y^*}{2\gamma + \theta^2/2}. \quad (96)$$

A partir de ces formules, il est possible de montrer que si  $y^* > 0$  et  $\pi_{t-1}^e \geq 0$ , alors  $y_t > y_{t-1}$ . En effet, des calculs immédiats utilisant (94) impliquent que

$$\begin{aligned} y_{t-1} &= \pi_{t-1} - \pi_{t-1}^e = \frac{-(\gamma + \frac{\theta}{2})\pi_{t-1}^e + (\gamma - \frac{\theta}{2})y^*}{2\gamma + \theta^2/2}, \\ y_t &= \pi_t - \pi_t^e = \frac{-\gamma(1 - \frac{\theta}{2})\pi_{t-1}^e + (\gamma(1 - \frac{\theta}{2}) + \frac{\theta^2}{2})y^*}{2\gamma + \theta^2/2}. \end{aligned} \quad (97)$$

En supposant  $\pi_{t-1}^e \geq 0$ , ce qui est raisonnable du fait de la présence du biais inflationniste dans ce modèle, on a donc bien  $y_t > y_{t-1}$ . En effet, du fait que  $\gamma, \theta \in [0, 1]$ , on a  $-\gamma(1 - \frac{\theta}{2}) > -(\gamma + \frac{\theta}{2})$  et  $\gamma(1 - \frac{\theta}{2}) + \frac{\theta^2}{2} > \gamma - \frac{\theta}{2}$ . L'activité est donc plus élevée pendant l'année de l'élection que pendant la première année du mandat.

Quelle est l'interprétation de ce cycle électoral? Tout d'abord, du fait que  $y^* > 0$ , le gouvernement est tenté de créer des surprises inflationnistes, comme dans le modèle de Barro-Gordon, ce qui ici est interprété comme augmentant sa probabilité de réélection – si l'on avait  $y^* = 0$ , le niveau naturel du PIB coïnciderait avec son niveau optimal, et le stimuler au-delà de ce niveau réduit le bien-être et les perspectives de réélection<sup>24</sup>. De plus, si  $\theta = 0$ , c'est à dire si les anticipations sont fixes, alors d'après (97)  $y_t = y_{t-1}$  indépendamment de  $\gamma$ . Bien que la performance économique l'année de l'élection ait un

---

<sup>24</sup>De fait, les formules ([?]) impliquent bien que si  $\pi_{t-1}^e = 0$ ,  $y_{t-1} = y_t = 0 = \bar{y}$ . Cependant, si  $\pi_{t-1}^e > 0$ , le gouvernement accomode partiellement les anticipations d'inflation de manière corrélée avec le cycle électoral. La politique monétaire est plus restrictive en début de mandat qu'en fin de mandat, parce qu'accommoder en début de mandat comporte le coût supplémentaire qu'implique une détérioration des anticipations d'inflations pour l'année  $t$  de l'élection. Si  $y^* = 0$  et  $\pi_{t-1}^e > 0$ , on a donc  $0 > y_t > y_{t-1}$ , ce qui reflète à la fois le fait que le gouvernement n'accomode que partiellement l'inflation anticipée, ce qui est contractionniste, et le fait que la politique monétaire est plus restrictive en début de mandat.

poins plus important, la surprise inflationniste est la même les deux années: c'est celle qui permet la meilleure performance possible l'année considérée et comme l'économie se trouve dans la même situation chaque année, cette surprise inflationniste optimale ne dépend pas du cycle électoral. Ce dernier émerge uniquement parce que  $\theta > 0$ , et résulte du fait que le gouvernement prend en compte les effets négatifs de l'inflation en début de cycle sur la performance en fin de cycle, alors qu'il ignore les effets négatifs de l'inflation en fin de cycle sur la performance au début du mandat suivant. Mitiger la surprise inflationniste en début de cycle réduit l'anticipation d'inflation et augmente la marge de manoeuvre du gouvernement pour effectuer une surprise inflationniste l'année de l'élection.

A partir des équations (95)-(96), il est possible de calculer une trajectoire cyclique de l'économie, où le taux d'inflation oscille régulièrement entre  $\pi_1$  la première année de chaque mandat et  $\pi_2$  l'année d'élection. Cette trajectoire est calculée en résolvant le système suivant

$$\pi_1 = \frac{\left(\gamma - \frac{\theta(1-\theta)}{2}\right) \pi_1^e + \left(\gamma - \frac{\theta}{2}\right) y^*}{2\gamma + \theta^2/2}, \quad (98)$$

$$\pi_2 = \gamma \frac{\left(1 - \frac{\theta}{2}\right) \pi_1^e + \left(1 + \frac{\theta}{2}\right) y^*}{2\gamma + \theta^2/2}, \quad (99)$$

$$\pi_1^e = \theta\pi_2 + (1 - \theta)\pi_2^e, \quad (100)$$

$$\pi_2^e = \theta\pi_1 + (1 - \theta)\pi_2^e. \quad (101)$$

Contentons-nous de résoudre ce système dans le cas  $\theta = 1$ , on obtient facilement

$$\pi_2 = \frac{3\gamma}{3\gamma + 1} y^* > \pi_1 = \frac{3\gamma - 1}{3\gamma + 1} y^*,$$

d'où

$$y_2 = \pi_2 - \pi_2^e = \pi_2 - \pi_1 = \frac{1}{3\gamma + 1} y^* > 0 > y_1 = -\frac{1}{3\gamma + 1} y^*.$$

Le modèle prédit donc une récession en début de cycle électoral et une expansion en fin de cycle. L'ampleur de ces fluctuations est d'autant plus

grande que  $\gamma$  est faible, i.e. que la performance l'année d'élection joue un rôle important<sup>25</sup>.

Un aspect important de la théorie de Nordhaus est qu'*elle n'est pas compatible avec les anticipations rationnelles*. En effet, dès lors que l'hypothèse du taux naturel est valide, pour stimuler l'économie le gouvernement doit produire plus d'inflation qu'anticipée. Mais cela n'est pas possible puisque le calendrier électoral est déterministe et donc que cette politique est parfaitement anticipée par les agents. Un autre aspect critiquable du modèle de Nordhaus est que *l'on suppose que les agents votent rétrospectivement*. En effet, ils rémunèrent une bonne performance en termes d'emploi en réélisant le gouvernement, alors même qu'ils savent que cette performance résulte d'une manipulation de la conjoncture dont le but est précisément de gagner les élections, et qu'elle sera suivie d'une récession.

### 13.1 La théorie partisane rationnelle d'Alesina

Alesina a montré qu'un cycle politique peut émerger alors que les anticipations sont rationnelles, dès lors que leur résultat est entâché d'incertitude et que les politiques suivies comportent une composante partisane. Si la "gauche" et la "droite" mettent en oeuvre des taux d'inflation différents et si le résultat des élections est incertain, alors celui-ci constitue une surprise inflationniste si les anticipations d'inflation (même rationnelles) sont formées avant que les résultats en soient connus.

Son travail s'inspire de celui de Hibbs, qui ignore le rôle des anticipations et se place dans le cadre d'une courbe de Phillips traditionnelle et de la conception traditionnelle de la politique économique telle que décrite sur la figure 10. Ainsi, la théorie de Hibbs prédit une inflation plus élevée et un chômage plus faible lorsque la gauche est au pouvoir, et ceci indépendamment de la position de la date considérée au sein du cycle électoral. Le modèle

---

<sup>25</sup>L'inflation moyenne, égale à  $\bar{\pi} = \frac{6\gamma-1}{2(3\gamma+1)}$ , est croissante en  $\gamma$  et même négative si  $\gamma < 1/6$ . Comme expliqué plus haut, plus  $\gamma$  est faible, plus l'intérêt d'une désinflation préventive en début de mandat est grand, d'où l'effet négatif d'une baisse de  $\gamma$  sur l'inflation moyenne.

d'Alesina introduit l'hypothèse du taux naturel et celle des anticipations rationnelles dans ce cadre d'analyse et montre que certaines prédictions de Hibbs restent valides mais seulement au cours de certaines phases du cycle électoral.

Il existe deux partis politiques, indexés par  $i \in \{G, D\}$ . Les préférences du parti  $i$  sont données par

$$u_i(\pi, y) = -\pi^2 - \phi_i(y - y^*)^2, \quad (102)$$

avec  $\phi_G > \phi_D$ . Ainsi, la "gauche" (G) est supposée accorder un poids plus important à la stabilisation de l'activité, relativement au niveau des prix, que la "droite" (D). La courbe d'offre agrégée est à nouveau donnée par (93) et les anticipations d'inflation sont fixées avant le résultat des élections. Après celle-ci, le parti au pouvoir fixe  $\pi$  de façon discrétionnaire en maximisant (102) en prenant les anticipations comme données, comme dans le modèle de Barro-Gordon. La solution est donc donnée par (74), avec ici  $\alpha = 1$  et  $\bar{y} = 0$ , d'où, en notant  $k_i = \frac{\phi_i}{1+\phi_i}$ ,

$$\pi_i = k_i(\pi^e + y^*). \quad (103)$$

Clairement, l'élection d'un gouvernement de gauche entraîne un biais inflationniste plus élevé que celle d'un gouvernement de droite. Pour clore notre modèle, il nous faut calculer  $\pi^e$ . On suppose le résultat de l'élection incertain, et que la gauche la gagne avec une probabilité  $p$ . Les anticipations sont rationnelles, on a donc

$$\pi^e = p\pi_G + (1 - p)\pi_D, \quad (104)$$

d'où, en utilisant (103) et en simplifiant:

$$\pi^e = \frac{k}{1 - k}y^*, \quad (105)$$

avec  $k = E(k_i) = pk_G + (1 - p)k_D$ .

On substitue (105) dans (103), ce qui permet de calculer les taux d'inflation d'équilibre en fonction du parti vainqueur:

$$\pi_i = \frac{k_i}{1-k} y^*.$$

Puisque  $k_G > k_D$ ,  $\pi_G > \pi_D$ . Le modèle prédit que l'inflation est plus élevée à la suite d'une victoire de la gauche qu'après une victoire de la droite. On peut également calculer l'effet des résultats électoraux sur l'activité:

$$y_G = \pi_G - \pi^e = (1-p)(\pi_G - \pi_D) = (1-p) \frac{k_G - k_D}{1-k} y^* > 0; \quad (106)$$

$$y_D = \pi_D - \pi^e = -p \frac{k_G - k_D}{1-k} y^* < 0. \quad (107)$$

La victoire de la gauche est suivie d'une expansion, celle de la droite d'une récession. Ceci s'explique par le fait que le taux d'inflation anticipé est une moyenne de celui choisi par les deux partis. Une victoire de la gauche se traduit donc par une surprise inflationniste positive, et donc une expansion; une victoire de la droite est suivie d'une surprise inflationniste négative, donc d'une récession.

Notons également que l'amplitude des fluctuations dépend de l'ampleur de la surprise électorale. La formule (106) montre que l'effet sur l'activité d'une victoire de la gauche est d'autant plus grand que  $p$  est faible, c'est à dire qu'elle est peu probable. De même, d'après (107),  $y_D$  est d'autant plus grand que  $p$  est élevé. En espérance mathématique, l'activité reste égale à son niveau naturel, normalisé à zéro:  $py_G + (1-p)y_D = \bar{y} = 0$ . Par ailleurs, la volatilité des fluctuations, calculée par exemple comme espérance mathématique de l'écart absolu entre  $y$  et son niveau naturel, est égale à

$$\begin{aligned} E(|y - \bar{y}|) &= p|y_G| + (1-p)|y_D| \\ &= 2p(1-p) \frac{k_G - k_D}{1-k} y^*. \end{aligned}$$

Cette quantité est proportionnelle à  $p(1-p)$ , qui est une mesure de l'*incertitude* sur les résultats de l'élection<sup>26</sup>.

<sup>26</sup>Soit la variable aléatoire  $X = 1$  si la gauche gagne et  $X = 0$  si la droite gagne. Alors  $E(X) = p$  et  $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 = p - p^2 = p(1-p)$ . Cette quantité mesure donc bien l'incertitude sur le résultat de l'élection.

Le modèle d'Alesina comporte également des prédictions sur l'évolution de l'inflation et de l'activité entre deux élections. Dénotons par un tilde ( $\tilde{\cdot}$ ) les grandeurs d'équilibre entre deux élections, ce qui signifie que le parti au pouvoir est connu au moment de la formation des anticipations. En l'absence d'élection et si la gauche est au pouvoir, tout se passe comme si  $p = 1$ . On a donc

$$\begin{aligned}\tilde{y}_G &= 0 < y_G, \\ \tilde{\pi}_G &= \frac{k_G}{1 - k_G} y^* > \pi_G.\end{aligned}$$

De même, si la droite est au pouvoir, les valeurs d'équilibre de l'inflation et de l'activité correspondent au cas  $p = 0$ , d'où

$$\begin{aligned}\tilde{y}_D &= 0 > y_D, \\ \tilde{\pi}_D &= \frac{k_D}{1 - k_D} y^* < \pi_D.\end{aligned}$$

Les figures 20 et 21 donnent l'évolution de l'activité et de l'inflation au cours du mandat selon le parti qui a gagné l'élection. L'inflation s'accélère si la gauche est au pouvoir, elle décélère si la droite est au pouvoir, de sorte que l'excès d'inflation de la gauche par rapport à la droite est d'autant plus grande que le mandat est plus avancé. Après l'effet initial, expansionniste si la gauche a gagné et contractionniste si la droite a remporté les élections, l'activité revient à son niveau naturel. La différence entre la gauche et la droite quant au niveau d'activité économique est d'autant plus faible que le mandat est plus avancé.

### 13.2 L'évidence empirique (Alesina et Roubini, 1992)

Alesina et Roubini (1992) étudient la validité empirique de différents modèles de cycle politique. Ils comparent trois approches:

- L'approche de Nordhaus prédit une hausse de l'inflation et de l'activité avant une élection, et une baisse de celles-ci l'année qui suit l'élection, indépendamment de l'idéologie du parti au pouvoir.

- L'approche de Hibbs prédit une inflation et une activité plus élevées (resp. plus faibles) lorsque la gauche (resp. la droite) est au pouvoir, indépendamment du cycle électoral.
- L'approche d'Alesina prédit une expansion et une hausse de l'inflation après une victoire de la gauche, et une récession et une baisse de l'inflation après une victoire de la droite. En outre, les années suivantes, l'inflation s'accélère et le PIB diminue si la gauche est au pouvoir, tandis qu'elle décélère et que le PIB augmente si c'est la droite qui est au pouvoir.

Pour tester ces hypothèses, ces auteurs estiment des régressions de l'inflation  $\pi$  et du PIB  $y$  sur divers contrôles, plus un indicateur politique appelé  $PDUM$ . Le choix de cet indicateur dépend de la théorie testée. En particulier:

- Pour tester le modèle de Nordhaus, on suppose que  $PDUM = NRDN = +1$  peu avant une élection, et 0 sinon. On s'attend à un signe positif sur  $NRDN$  dans les régression pour  $\pi$  et  $y$ .
- Pour tester le modèle de Hibbs, on choisit  $PDUM = RADM = 1$  lorsque le gouvernement est de droite (soit républicain dans le contexte américain) et  $-1$  lorsqu'il est de gauche (i.e. démocrate). Le signe doit être négatif pour les régressions de  $\pi$  et  $y$ .
- En ce qui concerne le modèle d'Alesina, on choisit  $PDUM = DRPTN = +1$  (resp.  $-1$ ) si le gouvernement est de droite (resp. de gauche) et a changé récemment, et  $DRPTN = 0$  sinon. On s'attend à un signe négatif sur  $DRPTN$  pour les deux régressions. Cependant, si le modèle, en conformité avec l'hypothèse du taux naturel, prédit que les différences de niveau d'activité entre la droite et la gauche ne sont que transitoires et apparaissent uniquement les années suivant les élections, les différences d'inflation sont, elles, permanentes. Il est donc

plus adéquat de choisir *RADM* plutôt que *DRPTN* comme dummy politique pour ce qui concerne la régression explicative de l'inflation.

### 13.2.1 Résultats

Les auteurs estiment leurs régressions sur un panel de pays de l'OCDE. Les figures 22 et 23, tirées de l'article montrent que la dummy *DRPTN* a un effet négatif sur l'activité et positif sur le chômage, conformément à la théorie d'Alesina. La figure 24 donne les résultats de la régression pour l'inflation. Comme on l'a justifié plus haut, c'est ici la variable *RADM* qui est utilisée comme dummy politique. Comme prédit par le modèle d'Alesina, le coefficient de cette variable a un signe négatif et significatif. Cependant, ce résultat ne permet pas de distinguer la théorie d'Alesina de celle de Hibbs.

La régression du PIB sur la dummy *RADM*, qui teste spécifiquement la théorie de Hibbs, donne un coefficient négatif (figure 25), comme prédit par la théorie, mais non significatif, contrairement à *DRPTN*. Ces données impliquent donc que la théorie d'Alesina fonctionne mieux que celle de Hibbs.

Enfin, la dummy *NRND* n'a pas le signe positif attendu sur le niveau d'activité (figure 26); le coefficient est en outre non significatif. Les données ne semblent donc pas valider la théorie du cycle politique de Nordhaus.

## 14 Rigidité des prix et contrats imbriqués: le modèle de Taylor (1979)

Les fondements de la courbe d'offre que nous avons discuté plus haut, tels que le modèle de misperceptions de Lucas ou la fixation des salaires un an à l'avance, présentent l'inconvénient qu'il n'y a aucune inflation inertielle. En particulier, le "ratio de sacrifice" – la perte de PIB cumulée associée à une réduction permanente de l'inflation – est nul si la politique inflationniste est préannoncée. Dans le modèle où les salaires sont fixés une période à l'avance, il suffit d'annoncer l'objectif d'inflation la période précédente, de manière crédible, pour que celui-ci soit atteint sans qu'une récession ait lieu, puisque  $\pi_t = \pi_t^e$ . Or en pratique l'inflation inertielle est conséquente et le ratio de sacrifice élevé, comme en témoigne l'épisode célèbre de la "Volcker disinflation" des années 1980.

Le modèle à contrats imbriqués de Taylor (1979) pallie ces défauts. Les prix sont fixés à l'avance pour une période déterminée, de façon désynchronisée<sup>27</sup>. A chaque date, une fraction des entreprises révisent son prix et ce prix ne peut pas être changé jusqu'à la prochaine date de révision. Dès lors, les entreprises qui fixent leurs prix doivent prendre en compte l'information pertinente relative à l'inflation courante et future, mais aussi le fait que d'autres entreprises (par exemple une fraction de leurs fournisseurs et clients) pratiquent les mêmes prix que précédemment. Il en résulte une certaine inertie dans la fixation des prix.

On suppose que les entreprises fixent leur prix pour deux périodes. Ces prix sont imbriqués: à chaque date, 50 % des entreprises révisent leur prix. Soit  $p_t^*$  le prix que fixerait une entreprise si elle était libre d'ajuster ses tarifs,  $p_t$  le niveau général des prix (défini comme la moyenne des prix individuels facturés par les entreprises) et  $y_t$  le PIB, ou plutôt l'écart entre celui-ci et

---

<sup>27</sup>Au contraire, dans le modèle à salaires fixés un an à l'avance, la fixation des salaires est synchronisée.

son niveau potentiel ("output gap"). On suppose que

$$p_t^* = p_t + \sigma y_t, \quad (108)$$

avec  $\sigma > 0$ , ce qui signifie que plus l'activité est élevée, plus les entreprises veulent facturer un prix élevé en termes réels. Cette équation peut s'interpréter comme reliant prix et coût marginal, ce dernier étant effectivement plus élevé lorsque les "tensions sur le marché" sont plus intenses ou, comme c'est le cas à court terme, lorsque l'on augmente l'emploi sans augmenter le capital<sup>28</sup>. Cette équation implique que si les prix étaient par-

<sup>28</sup>Un petit modèle permet d'éclairer les fondements de (108). Une entreprise  $i$  opérant à la date  $t$ , a une fonction de production

$$Y_{it} = A_t K_{it}^\alpha L_{it}^{1-\alpha},$$

où  $A_t$  est le niveau du progrès technique,  $K_{it}$  son stock de capital productif et  $L_{it}$  le nombre de personnes qu'elle emploie. Ce dernier est fixé à un niveau tel que

$$W_t/P_{it} = \partial Y/\partial L = (1-\alpha)A_t K_{it}^\alpha L_{it}^{-\alpha},$$

où  $W$  est le salaire dans l'économie et  $P_{it}$  le prix de l'entreprise considérée. Il existe une courbe d'offre de travail donnée par

$$W_t/P_t = B_t L_t^\gamma,$$

où  $P_t$  est l'indice des prix. On a donc

$$P_{it} = \frac{W_t}{(1-\alpha)A_t K_{it}^\alpha L_{it}^{-\alpha}} = \frac{P_t B_t L_t^\gamma}{(1-\alpha)A_t K_{it}^\alpha L_{it}^{-\alpha}}.$$

Cette relation s'interprète comme liant en général le prix désiré d'une entreprise avec son emploi désiré. Elle est en particulier satisfaite lorsque ces deux variables sont à leur niveau d'équilibre.

Supposons toutes les firmes identiques. Alors  $K_{it}/L_{it} = K_t/L_t$  d'où

$$P_{it} = P_t^* = \frac{P_t B_t L_t^{\gamma+\alpha}}{(1-\alpha)A_t K_t^\alpha}.$$

A l'équilibre, toutes les firmes facturent leur prix désiré, d'où  $P_t = P_t^*$ . On en déduit le niveau d'équilibre de l'emploi  $L_t^*$ , qui satisfait à la relation suivante:

$$B L_t^{*\gamma+\alpha} = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha.$$

Par définition, le PIB potentiel est égal à

$$Y_t^* = (1-\alpha)A_t K_t^\alpha L_t^{*1-\alpha}.$$

On a donc

faitement flexibles, le PIB s'établirait à son niveau potentiel, soit  $y = 0$ . En effet, toutes les entreprises factureraient  $p^*$  et l'on aurait donc  $p = p^*$ .

On note par  $x_t$  le prix fixé par les entreprises qui révisent leur prix à la date  $t$ . Celui-ci sera en vigueur aux dates  $t$  et  $t + 1$ . Il est naturel de supposer que  $x_t$  est une moyenne des prix désirés pendant ces deux dates. D'où

$$x_t = (1 - d)p_t^* + dE_t p_{t+1}^* + \varepsilon_t, \quad (109)$$

où  $\varepsilon_t$  est un choc d'offre, par exemple un choc de productivité ou sur le pouvoir de négociation des syndicats, et le niveau désiré du prix futur intervient à travers son anticipation  $E_t p_{t+1}^*$ .

Le modèle est complété par une courbe de demande agrégée,

$$y_t = -\beta p_t + v_t, \quad (110)$$

où  $\beta > 0$  et  $v_t$  est un choc de demande, et enfin par la définition du niveau général des prix, qui est une moyenne simple des prix pratiqués par les entreprises:

$$p_t = \frac{x_t + x_{t-1}}{2}. \quad (111)$$

En substituant (108), (111) et (110) dans (109), on peut réduire le modèle à une équation aux anticipations rationnelles décrivant le comportement de la variable  $x_t$  :

$$x_t = (1 - d)(1 - \beta\sigma)\frac{x_t + x_{t-1}}{2} + d(1 - \beta\sigma)\frac{x_t + E_t x_{t+1}}{2} + z(1 - d)\sigma v_t + \varepsilon_t.$$

En réarrangeant les termes, cette équation peut se réécrire

$$x_t = cx_{t-1} + aE_t x_{t+1} + z_t, \quad (112)$$

---


$$P_t^* = P_t \left( \frac{L_t}{L_t^*} \right)^{\gamma + \alpha} = P_t \left( \frac{Y_t}{Y_t^*} \right)^{\frac{\gamma + \alpha}{1 - \alpha}},$$

d'où

$$p_t^* = \ln P_t^* = p_t + \frac{\gamma + \alpha}{1 - \alpha} \ln \left( \frac{Y_t}{Y_t^*} \right) = p_t + \frac{\gamma + \alpha}{1 - \alpha} y_t,$$

ce qui équivaut à (108).

où  $c = (1 - d)\frac{1-\beta\sigma}{1+\beta\sigma}$ ,  $a = d\frac{1-\beta\sigma}{1+\beta\sigma}$ , et  $z_t = \frac{2}{1+\beta\sigma}\varepsilon_t + \frac{2(1-d)}{1+\beta\sigma}v_t$  est un agrégat du choc d'offre et du choc de demande. Nous supposons que  $\beta\sigma < 1$ . Comme d'habitude, les chocs  $\varepsilon$  et  $v$  sont i.i.d. et de moyenne nulle.

Pour résoudre l'équation (112), nous procédons à nouveau en deux temps: tout d'abord, nous calculons les anticipations; une fois celles-ci connues, nous les remplaçons par leur valeur, ce qui permet de calculer les valeurs d'équilibre des variables réalisées.

Le calcul des anticipations est ici nettement plus ardu que dans le cas d'un modèle statique tel que celui de Muth. En effet, essayons de calculer la valeur d'équilibre de  $E_{t-1}x_t$  (Si j'y parviens, en décalant d'une période la formule obtenue je peux également calculer  $E_t x_{t+1}$  et donc la valeur d'équilibre de la variable  $x_t$  d'après (112)). Si j'applique l'opérateur  $E_{t-1}$  à (112), je trouve  $E_{t-1}x_t = cx_{t-1} + aE_{t-1}x_{t+1}$ . Cela ne me permet donc pas de calculer  $E_{t-1}x_t$  puisqu'il dépend de  $E_{t-1}x_{t+1}$ , que je ne connais pas. Cependant, je peux progresser en appliquant l'opérateur  $E_{t-1}$  à l'équation (112) exprimée à la date suivante, ce qui donne  $E_{t-1}x_{t+1} = cE_{t-1}x_t + aE_{t-1}x_{t+2}$ . En itérant cette procédure, on voit qu'il est possible de calculer les  $E_{t-1}x_{t+i}$  pour  $i = 0, \dots$  comme solution de l'équation (dite aux différences finies):

$$u_i = cu_{i-1} + au_{i+1}, i = 0, 1, \dots \quad (113)$$

où  $u_i = E_{t-1}u_{t+i}$ ,  $i \geq 0$  et  $u_{-1} = x_{t-1}$ .

Notons que

1.  $u_{-1} = x_{t-1}$  étant donné à la date  $t$ , le choix de  $u_0$  détermine toutes les autres valeurs de  $u_i$  pour  $i > 0$ , puisque celles ci peuvent être calculées successivement comme  $u_{i+1} = \frac{u_i - cu_{i-1}}{a}$ . Cependant, cela ne nous dit pas quel devrait être ce choix de  $u_0$ . Or nous cherchons précisément à le calculer, puisque c'est la valeur d'équilibre de  $E_{t-1}x_t$ . Nous allons voir que cette valeur n'est unique que si nous imposons des restrictions supplémentaires sur la nature de la trajectoire d'équilibre suivie par l'économie.

2. Il est possible de construire des solutions telles que  $u_i = \lambda u_{i-1}$ . Pour

cela, il suffit de choisir pour  $\lambda$  une des deux racines de l'équation

$$a\lambda^2 - \lambda + c = 0 \quad (114)$$

et la valeur initiale  $u_0 = \lambda x_{t-1}$ . Il est alors immédiat que la séquence  $\{u_i = x_{t-1}\lambda^{i+1}\}$  satisfait à (113) puisque cette équation est alors équivalente à  $\lambda^i x_{t-1} [a\lambda^2 - \lambda + c] = 0$ .

3. L'équation (113) étant linéaire, une combinaison linéaire de deux solutions de (113) est elle-même une solution<sup>29</sup>.

4. Soient  $\lambda_A < \lambda_B$  les deux racines de (114). Considérons une solution telle que  $u_0 = \bar{u}$ . Alors  $\bar{u}$  peut se décomposer sous la forme

$$\bar{u} = \omega \lambda_A x_{t-1} + (1 - \omega) \lambda_B x_{t-1}.$$

En effet, il suffit de choisir  $\omega = \frac{\lambda_B x_{t-1} - \bar{u}}{(\lambda_B - \lambda_A) x_{t-1}}$ . D'après le point précédent, comme  $\{u_i = x_{t-1} \lambda_A^{i+1}\}$  et  $\{u_i = x_{t-1} \lambda_B^{i+1}\}$  sont des solutions, il en va de même de

$$u_i = \omega x_{t-1} \lambda_A^{i+1} + (1 - \omega) x_{t-1} \lambda_B^{i+1} \quad (115)$$

, qui satisfait bien à  $u_{-1} = x_{t-1}$  et par construction à  $u_0 = \bar{u}$ . Donc la solution telle que  $u_0 = \bar{u}$  a pour expression (115).

5. Notons que  $a > 0$ ,  $c > 0$  et  $a + c < 1$ . Il en résulte que  $4ac < 1$ , donc que les racines de (114) sont réelles<sup>30</sup>. On montre également que  $0 < \lambda_A = \frac{1 - \sqrt{1 - 4ac}}{2a} < 1 < \lambda_B = \frac{1 + \sqrt{1 - 4ac}}{2a}$ .<sup>31</sup>

Comme  $\lambda_B > 1$ , d'après (115) tout choix de  $\bar{u}$  tel que  $\omega \neq 1$  implique que la séquence des  $u_i$  diverge, i.e.  $\lim_{i \rightarrow \infty} |u_i| = +\infty$ .

Si l'on élimine les solutions explosives, le seul choix possible pour  $u_0$  est donc celui correspondant à  $\omega = 1$ , soit en d'autres termes, en laissant tomber l'indice de  $\lambda_A$  pour alléger nos notations:

$$E_{t-1} x_t = \lambda x_{t-1}. \quad (116)$$

<sup>29</sup>En d'autres termes l'ensemble des solutions forme un espace vectoriel. De plus, cet ensemble étant entièrement décrit par les valeurs initiales  $u_{-1}$  et  $u_0$ , il est de dimension 2.

<sup>30</sup>En effet  $1 > (a + c)^2 = a^2 + c^2 + 2ac$ , d'où  $1 - 4ac > a^2 + c^2 - 2ac = (a - c)^2 \geq 0$ .

<sup>31</sup>En effet,  $(1 - 4ac) - (1 - 2a)^2 = 4a(1 - a - c) > 0$ . Donc  $\sqrt{1 - 4ac} > \max(1 - 2a, 2a - 1) \implies \lambda_A < 1 < \lambda_B$ .

Nous avons calculé l'unique valeur possible de  $E_{t-1}x_t$  compatible avec la restriction que les agents ne croient pas à une trajectoire explosive pour les prix futurs. Bien que cette restriction soit plausible, nous l'avons imposée comme critère de sélection de l'équilibre. En l'absence d'un tel critère de sélection, l'équilibre à anticipations rationnelles n'est pas unique: toute valeur de  $E_{t-1}x_t$  est compatible avec une trajectoire (généralement explosive) qui satisfait aux équations d'équilibre. Cette méthode de sélection d'équilibre apparaît également dans le modèle de Blanchard discuté au chapitre suivant.

En remplaçant  $E_t x_{t+1}$  dans (112) par  $\lambda x_t$ , il est ensuite immédiat de calculer la valeur d'équilibre de  $x_t$  :

$$x_t = \frac{c}{1-a\lambda}x_{t-1} + \frac{z_t}{1-a\lambda} = \lambda x_{t-1} + \frac{\lambda z_t}{c}.$$

En effet, par construction,  $\frac{c}{1-a\lambda} = \lambda$ . De même, la dynamique du niveau général des prix est donnée par

$$p_t = \lambda p_{t-1} + \frac{\lambda}{2c}(z_t + z_{t-1}). \quad (117)$$

La réponse de  $p$  à un choc sur  $z$  est d'autant plus persistante que  $\lambda$  est élevé. La figure 27 illustre la réponse de l'économie à un choc d'offre purement temporaire à la date  $t = 1$ . Les effets sur  $y$  et  $p$  persistent au-delà de la durée du choc et ne disparaissent qu'asymptotiquement. De plus, du fait de la structure imbriquée des contrats, l'effet maximal sur les prix n'est obtenu que lorsque tous les agents ont pu ajuster leur prix au choc, c'est à dire à la date  $t = 2$ . Il en va de même pour l'effet maximum sur l'activité. La persistance provient également de cette structure imbriquée: à chaque période, les contrats signés la période précédente sont à un niveau supérieur à celui de l'équilibre de long terme  $x = 0$ . Il est rationnel pour les signataires des nouveaux contrats de prendre en compte cela puisqu'ils coexistent avec les anciens contrats pendant leur première période. Donc les nouveaux contrats seront également tels que  $x_t > 0$ , ce qui affectera le niveau des contrats de la période suivante, et ainsi de suite.

Notons cependant que ce modèle n'engendre pas de persistance positive des chocs de demande. Au contraire: d'après (117), les effets inflationnistes

d'une stimulation de la demande agrégée à la date  $t$  persistent au-delà de cette date. D'après (110), ce surcroît d'inflation crée une récession dès lors que le choc de demande  $v$  est revenu à sa valeur moyenne  $v = 0$ . Un choc de demande positif ne durant qu'une période sera donc expansionniste pendant cette période mais contractionniste par la suite.

## 15 La transmission de la politique monétaire: le modèle de Blanchard (1979)

### 15.1 Introduction aux modèles en temps continu

Les modèles décrits jusqu'ici sont formulés en *temps discret*. Les dates se succèdent et l'équilibre est décrit par des relations entre les variables économiques, où interviennent généralement des valeurs passées de ces variables mais aussi des anticipations sur leurs valeurs futures.

Il est parfois plus commode de recourir au *temps continu*. Cela permet en particulier de simplifier certaines expressions et de représenter les trajectoires suivies par l'économie sur une figure. Un modèle en temps continu est représenté par un système dynamique reliant l'évolution au cours du temps des variables à l'état du système. Ainsi, par exemple, une équation d'accumulation de capital telle que

$$K_{u+1} = K_u + I_u^D - \delta^D K_u \quad (118)$$

devient

$$\dot{K}_t = I_t^C - \delta^C K_t, \quad (119)$$

où la date est notée  $u$  en temps discret et  $t$  en temps continu,  $K$  est le stock de capital,  $I^D, I^C$  l'investissement et  $\delta^D, \delta^C$  le taux de dépréciation du capital.  $\dot{X} = dX/dt$  dénote la dérivée par rapport au temps d'une variable  $X$  quelconque. Ainsi, la différence  $K_{u+1} - K_u$  est remplacée par la dérivée  $\dot{K}_t$ . Cependant, (118) et (119) ne sont pas strictement équivalentes. En temps continu, les grandeurs telles que taux, variations, etc, sont exprimées *par unité de temps*. L'équation (118) détermine le stock de capital à la date  $u + 1$  comme fonction du stock de capital à la date  $u$  et de l'investissement à la date  $u$ . Le paramètre  $\delta^D$  est la fraction du stock de capital qui se déprécie entre  $u$  et  $u + 1$  et l'on doit avoir  $\delta^D \in [0, 1]$ . En revanche, le membre de gauche de (119) est le taux de variation du stock de capital par unité de temps (soit la quantité  $\Delta K$  dont  $K$  varie au cours d'un petit intervalle de temps  $\Delta t$ , divisée par cet intervalle de temps, lorsque  $\Delta t$  devient très petit)

et de même, dans le membre de droite  $\delta^C$  est le taux de dépréciation du capital par unité de temps, ce qui signifie que si  $\Delta t$  est petit, une fraction du stock de capital approximativement égale à  $\delta^C \Delta t$  se déprécie. En particulier, pour  $\Delta t$  arbitrairement petit on a toujours  $\delta^C \Delta t < 1$ . Le paramètre  $\delta^C$  peut donc lui-même être supérieur à 1, contrairement à  $\delta^D$ . Une fraction par unité de temps, ainsi qu'une probabilité par unité de temps, est une quantité qui peut prendre n'importe quelle valeur réelle positive. De même,  $I_t^C$  dans (119) est l'investissement par unité de temps—l'investissement au cours d'un intervalle de temps arbitrairement petit ne pouvant être lui-même qu'arbitrairement petit. En temps continu, toutes les variables représentant des flux, telles que production, consommation, revenu ou investissement, sont exprimées par unité de temps. En effet, ces variables sont d'autant plus faibles que l'intervalle de temps pendant lequel on les mesure est faible. Le PIB trimestriel est environ quatre fois plus faible que le PIB annuel, et le PIB produit pendant dix secondes est négligeable par rapport au PIB trimestriel. En temps continu, il convient donc de diviser le PIB par l'intervalle de temps correspondant, i.e. de l'exprimer par unité de temps.

Un modèle en temps continu peut être pensé comme la limite d'un modèle en temps discret lorsque la durée de la période considérée tend vers zéro. Supposons que dans (118) il s'écoule une durée  $\Delta t$  entre  $u$  et  $u+1$ . Clairement, lorsque cette durée diminue, les ordres de grandeur de l'investissement et de la dépréciation diminuent proportionnellement. Il est donc naturel de poser  $I_u^D \equiv I_t^C \Delta t$  et  $\delta^D K_u = \delta^C K_t \Delta t$ . Notons que l'on a réindexé les quantités, avec  $t = u\Delta t$ ; en effet, lorsque  $\Delta t$  diminue, le nombre de dates entre deux instants donnés augmente de manière inversement proportionnelle. Si  $t = 0$  coïncide avec  $u = 0$ , alors une date  $t > 0$  est indexée par  $u = t/\Delta t$ .

L'équation (118) peut être réécrite comme

$$\frac{K_{u+1} - K_u}{\Delta t} = I_t^C - \delta^C K_t,$$

qui devient (119) lorsque  $\Delta t \rightarrow 0$ .

Notons que les variables de stock telles que le capital, la monnaie, la

richesse, ne sont pas exprimées par unité de temps. En effet, contrairement au PIB ou à la consommation, celles-ci ne dépendent pas d'un intervalle de temps pendant lequel on les calcule. En revanche, leur variation au cours du temps dépend de la durée écoulée entre les deux valeurs considérées. Dans un modèle à temps continu cette durée est infinitésimale et c'est donc la variation de  $K$  par unité de temps, donc sa dérivée, qui intervient dans l'équation d'accumulation du capital.

Considérons maintenant le problème de l'*actualisation*. En temps discret, un revenu  $X_{u+1}$  disponible à la date  $u + 1$  équivaut à un revenu

$$\tilde{X}_u = \frac{1}{1 + r_{u+1}^D} X_{u+1}$$

à la date  $t$ , où  $r_{t+1}^D$  est le taux d'intérêt entre  $t$  et  $t + 1$ . En itérant, un revenu  $X_{t+s}$  disponible à une date future  $t + s$  vaut

$$\begin{aligned} \tilde{X}_t &= \left( \prod_{i=1}^s \frac{1}{1 + r_{u+i}^D} \right) X_{t+s} \\ &= R_{u,u+s}^D X_{u+s}, \end{aligned}$$

où  $R_{u,u+s}^D$  est le facteur d'escompte entre  $u$  et  $u + s$ .

Pour transposer ces formules au cas du temps continu, notons que

$$\ln R_{u,u+s+1}^D = \ln R_{u,u+s}^D - \ln(1 + r_{u+s+1}^D). \quad (120)$$

Soit  $\Delta t$  l'intervalle de temps correspondant à deux dates consécutives. Notons  $r_u^D = r_t^C \Delta t$  et  $R_{u,u+s}^D = R_{t,t+v}^C$  avec  $t = u\Delta t$  et  $v = s\Delta t$ . Lorsque  $\Delta t$  est petit,  $r_t^C$  s'interprète comme le taux d'intérêt instantané par unité de temps à la date  $t$ .  $R_{t,t+v}^C$  est le taux d'escompte entre deux dates, indexé par les dates plutôt que par le numéro d'ordre de ces dates, ce dernier devenant infiniment grand lorsque  $\Delta t \rightarrow 0$ .

On peut réécrire (120) comme

$$\ln R_{t,t+v+\Delta t}^C - \ln R_{t,t+v}^C = -\ln(1 + r_{t+v+\Delta t}^C \Delta t). \quad (121)$$

Notons que lorsque  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\frac{\ln R_{t,t+\Delta t}^C - \ln R_{t,t}^C}{\Delta t} \rightarrow \frac{d}{dv} \ln R_{t,t+v}^C$  et  $\frac{\ln(1+r_{t+v+\Delta t}^C \Delta t)}{\Delta t} \rightarrow r_{t+v}^C$ .<sup>32</sup> Donc (121) devient

$$\frac{d}{dv} \ln R_{t,t+v}^C = -r_{t+v}^C.$$

Comme  $R_{t,t}^C = 1$ , on a

$$\ln R_{t,t+v}^C = - \int_0^v r_{t+x} dx,$$

d'où

$$R_{t,t+v}^C = \exp \left( - \int_0^v r_{t+x} dx \right).$$

Cette formule définit le facteur d'escompte entre deux dates  $t$  et  $t+v$  en temps continu. Dans le cas particulier où  $r$  est constant, on a  $R_{t,t+v}^C = e^{-rv}$ .

## 15.2 Retour sur le $q$ de Tobin

D'après ce que nous avons vu dans la section 5.2, l'investissement dépend non pas du taux d'intérêt courant mais du  $q$  marginal de Tobin. En supposant le prix des biens d'investissement constant et égal à 1, ce dernier est égal à la somme actualisée de la profitabilité marginale du capital:

$$q_t = V_t' = \sum_{i=0}^{+\infty} \left( \frac{1-\delta}{1+r} \right)^i \pi_{t+i}' \quad (122)$$

En temps continu, cette formule devient

$$q_t = \int_t^{+\infty} R_{ts} m_{ts} ds, \quad (123)$$

où  $m_{ts}$  est la profitabilité à la date  $s$  d'une unité de capital supplémentaire à la date  $t$  (soit l'équivalent de  $(1-\delta)^i \pi_{t+i}'$ ) et  $R_{ts}$  le facteur d'escompte entre les dates  $t$  et  $s$ , soit

$$R_{ts} = e^{-\int_t^s r_u du},$$

où  $u$  est le taux d'intérêt réel instantané à la date  $u$ . Notons que  $\frac{\partial}{\partial t} R_{ts} = r_t R_{ts}$ .

---

<sup>32</sup>En effet  $\ln(1+x) = x + o(x)$ .

La formule (123) peut être exprimée de façon différentielle. En effet

$$\dot{q}_t = -m_{tt} + \int_t^{+\infty} \frac{\partial R_{ts}}{\partial t} m_{ts} ds = r_t q_t - m_{tt}. \quad (124)$$

Ce type d'équation (parfois appelé de Bellman ou de Hamilton-Jacobi-Bellman) est fréquent en économie et peut s'interpréter comme une équation de valorisation par arbitrage d'un actif financier. L'actif considéré ici est une unité de capital supplémentaire et sa valeur est  $q$ <sup>33</sup>. A l'équilibre, investir dans cet actif garantit le même rendement qu'investir dans un actif alternatif, ici un bon réel dont le rendement est  $r_t$ . Le taux de rendement (par unité de temps) sur le capital supplémentaire est égal à la somme des dividendes perçus et de la plus value réalisée, divisée par le prix d'achat de cet actif. Le dividende est le rendement marginal du capital  $m_{tt}$  et la plus-value est égale au taux d'appréciation de sa valeur,  $\dot{q}$ . On a donc

$$r_t = \frac{m_{tt} + \dot{q}_t}{q_t},$$

ce qui est bien équivalent à (124).

### 15.3 Quelques remarques sur la courbe des taux

Les méthodes et raisonnements qui précèdent sont également utiles pour analyser le lien entre taux d'intérêt à court terme et taux d'intérêt à long terme, ces derniers étant en réalité très proches conceptuellement du  $q$  de Tobin. On appelle courbe des taux la relation qui donne le rendement des obligations en fonction de leur maturité.

Considérons un bon qui paye un coupon fixe  $D$  et dont la durée de vie est infinie (il s'agit donc d'une rente perpétuelle). Le même raisonnement qui nous a permis d'établir la relation (16) nous permet de calculer la valeur de cet actif à la date  $t$ , notée  $Q_t$  :

$$Q_t = \sum_{i=0}^{+\infty} \left( \frac{1}{1+r} \right)^i D.$$

---

<sup>33</sup>On a par ailleurs vu dans la section 5.2 que pour autant que le prix des biens d'investissement soit égale à 1, sous certaines hypothèses  $q$  coïncide littéralement avec la valeur boursière de l'entreprise.

L'équivalent en temps continu de cette formule, et en permettant au taux d'intérêt instantané  $r_t$  de varier, est

$$Q_t = D \int_t^{+\infty} R_{ts} ds. \quad (125)$$

Définissons le taux d'intérêt à long terme  $\bar{r}_t$  comme le ratio entre le coupon d'une rente perpétuelle et sa valeur de marché:

$$\bar{r}_t = \frac{D}{Q_t} = \frac{1}{\int_t^{+\infty} R_{ts} ds}. \quad (126)$$

Il est évident, d'après (125), que l'équation (124) est satisfaite où l'on remplace  $m_{tt}$  par  $D$  et  $q_t$  par  $Q_t$ . On a donc

$$\frac{\dot{\bar{r}}_t}{\bar{r}_t} = -\frac{\dot{Q}_t}{Q_t} = \frac{D}{Q_t} - r_t = \bar{r}_t - r_t. \quad (127)$$

Cette équation montre que les taux à long terme sont en train d'augmenter lorsqu'ils sont supérieurs aux taux à court terme, et inversement. Cela implique que dans un équilibre stationnaire où la courbe des taux est stable, les taux à long terme devraient être égaux aux taux à court terme. (Dans la pratique, ces formules devraient être corrigées pour inclure une prime de risque, de sorte qu'une courbe de taux peut être stable et avoir une pente positive; mais nous ignorons ici toute considération de risque).

Pour comprendre cette propriété, notons que d'après (126), on a

$$\bar{r}_t = \frac{1}{\int_t^{+\infty} e^{-\int_t^s r_u du} ds}.$$

Cette expression a les mêmes propriétés qu'une moyenne des taux d'intérêts futurs. En effet, elle est croissante en chaque  $r_u$  futur. De plus, si tous les taux d'intérêts futurs sont égaux à la même valeur  $r$ , alors  $\bar{r}_t = \frac{1}{\int_t^{+\infty} e^{-r(s-t)} ds} = \frac{1}{1/r} = r$ . Ainsi, si  $\bar{r}_t > r_t$ , cela signifie qu'en moyenne les taux d'intérêts futurs de court terme sont supérieurs à leur valeur courante. Les taux à long terme mesurent les anticipations de taux à court terme futurs. Plus la pente de la courbe des taux est élevée, plus les anticipations de hausse des taux sont

importantes. C'est pour cette raison qu'un aplatissement, voire une inversion de la courbe des taux est bien souvent interprétée par les opérateurs de marché comme le signe d'une récession à venir (en effet les récessions sont associées, sous l'effet de la politique monétaire, à une baisse des taux).

Cette intuition nous permet de mieux comprendre la relation (127). Supposons par exemple que le taux à court terme soit de 1 % et que l'on anticipe une hausse de un point dans un an, à 2%. Les taux futurs étant en moyenne supérieurs aux taux présents, on a  $\bar{r}_t > r_t$ . Plus l'on se rapproche de la date où les taux augmenteront, plus la moyenne des taux futurs se rapproche de 2 %: le taux d'intérêt à long terme augmente donc au cours du temps:  $\dot{\bar{r}}_t > 0$ .

## 15.4 Le modèle de Blanchard

Nous présentons ici une version simplifiée et modernisée du modèle de Blanchard sur la transmission de la politique monétaire. Ce modèle repose sur deux observations. D'une part, ce n'est pas le taux d'intérêt courant qui devrait intervenir dans la courbe IS, mais bien plutôt le  $q$  de Tobin. On suppose donc que celle-ci a la forme suivante:

$$y_t = bq_t. \quad (128)$$

D'autre part, le  $q$  de Tobin obéit à une loi d'évolution telle que (124), qui implique que  $\dot{q}$  est d'autant plus élevé que  $r$  et  $q$  sont élevés et que la profitabilité marginale du capital  $m_{tt}$  est faible. Il est raisonnable de supposer un lien positif entre celle-ci et le niveau d'activité, de sorte qu'une version linéarisée de (124) s'écrit

$$\dot{q}_t = i_t - \pi_t + \alpha q_t - \beta y_t. \quad (129)$$

Ici,  $i_t$  est le taux d'intérêt nominal à la date  $t$  et  $\pi_t$  est le taux d'inflation. Le taux réel est donc  $r = i - \pi$ .

Le modèle est complété par deux équations. D'une part, une courbe de Phillips accélérationniste:

$$\dot{\pi}_t = \gamma y_t. \quad (130)$$

D'autre part, une relation MP de politique monétaire, qui décrit la fixation par les autorités du taux nominal  $i_t$ . Nous avons discuté dans la section 2.3 comment l'on considère en général que le taux d'intérêt fixé par la banque centrale est d'autant plus élevé que l'inflation et l'activité est élevée. Une telle relation est appelée règle de Taylor. On a montré qu'une telle règle décrit relativement bien le comportement des banques centrales et qu'elle est optimale sous certaines conditions<sup>34</sup>. Nous avons vu dans la section 2.3 comment la relation entre  $i$  et  $y$  impliquée par une telle règle de Taylor la rend équivalente à une courbe LM. Nous supposons ici pour simplifier que la banque centrale suit une règle de Taylor qui ne réagit qu'aux fluctuations de l'inflation:

$$i_t - \pi_t = \lambda(\pi_t - \pi^*), \quad (131)$$

où  $\lambda > 0$  et  $\pi^*$  est la cible de la banque centrale en matière d'inflation. Cette relation signifie que la politique monétaire s'assure que le taux d'intérêt *réel* est d'autant plus élevé que l'inflation est élevée. De plus, cette règle garantit qu'à l'équilibre stationnaire l'inflation est égale à son niveau cible. En effet, d'après (130) le taux naturel d'activité est égal à  $y = 0$ , soit  $q = 0$  d'après (128). Le taux d'intérêt réel d'équilibre est donc  $i - \pi = 0$  d'après (129), d'où  $\pi = \pi^*$  d'après (131).

Bien que notre formulation n'inclue pas de courbe LM, elle permet d'analyser un choc de politique monétaire. Ainsi, un choc expansionniste correspond à une hausse de la cible d'inflation  $\pi^*$ , ce qui correspond en effet à des taux d'intérêt plus faibles à niveau d'inflation donné.

En éliminant  $i$  et  $y$  des équations qui précèdent, on peut ramener le modèle à un système dynamique à deux équations et deux variables:

$$\dot{q} = \lambda(\pi - \pi^*) + cq, \quad (132)$$

$$\dot{\pi} = dq, \quad (133)$$

---

<sup>34</sup>Voir par exemple Clarida et al. (1999)

avec  $c = \alpha - \beta b \stackrel{\leq}{\geq} 0$  et  $d = \gamma b > 0$ .

Nous avons affaire à un système de deux équations différentielles linéaires, dont la solution mathématique est bien connue – nous nous contenterons cependant d'illustrer cette solution au moyen d'une figure.

Avant de poursuivre, il est capital d'attirer l'attention du lecteur sur la différence entre la causalité dans les systèmes dynamiques représentant des problèmes du monde physique, et ceux issus de modèles économiques en anticipations rationnelles.

Dans un problème physique, le système d'équations différentielles décrit l'évolution au cours du temps d'un ensemble de variables qui caractérisent l'état du système, et appelées précisément variables d'état ou encore variables prédéterminées. Ainsi, la trajectoire d'une particule soumise à une force  $f$  obéit au système suivant:

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (134)$$

$$m \frac{dv}{dt} = f, \quad (135)$$

où  $v$  est la vitesse de la particule,  $x$  sa position et  $m$  sa masse. Selon les lois de la physique, la position et la vitesse de la particule sont données à chaque instant  $t$  par sa trajectoire passée. Il n'est donc pas possible à ces variables de "sauter", c'est à dire de différer à une date suivante arbitrairement proche de  $t$  de leurs valeurs à la date  $t$ , d'une quantité autre qu'infinitésimale. Dès lors qu'une variable suit une équation différentielle, par construction sa trajectoire est dérivable par rapport au temps et donc continue, ce qui implique qu'elle ne peut pas "sauter". Des lois décrites par des relations telles que (134)-(135) impliquent ipso facto que les trajectoires suivies par les variables dont les dérivées temporelles apparaissent sont continues. La résolution du système prend comme données les valeurs initiales de ces variables (ici, les valeurs de  $x$  et de  $v$  à la date initiale  $t = 0$ ,  $x_0$  et  $v_0$ ), et les seules solutions admissibles sont celles qui se "raccordent" à ces conditions initiales, c'est à dire les fonction de  $t$ ,  $x(t)$  et  $v(t)$  telles que  $x(0) = x_0$  et  $v(0) = v_0$ . La théorie mathématique des équations différentielles implique que, du fait de ces conditions initiales,

cette solution est unique<sup>35</sup>. Notre système d'équations détermine donc la trajectoire de la particule de manière unique. De plus la causalité va du passé vers le présent. Cela signifie que la position et la vitesse de la particule à une date  $T > 0$  quelconque ne dépend que de ses conditions initiales  $x_0$  et  $v_0$  et des valeurs prises par la force  $f$  entre la date  $t = 0$  et la date  $t = T$ .

Notons que d'un strict point de vue mathématique, nous pourrions envisager un "contre-monde" où l'évolution du système physique serait toujours décrite par un système tel que (134)-(135), mais où la causalité irait du futur vers le présent. Dans ce contre-monde, on choisirait pour calculer la trajectoire du système entre  $t = 0$  et  $t = T$  non pas la solution de (134-135) qui satisfait aux conditions initiales  $x(0) = x_0$  et  $v(0) = v_0$ , mais celle qui satisfait à des conditions terminales  $x(T) = x_T$  et  $v(T) = v_T$ . Dans ce contre-monde, la position et la vitesse de la particule à la date  $t = 0$  dépendent des valeurs de  $f$  entre 0 et  $T$ , c'est à dire des forces exercées sur le système à des dates postérieures à celle considérée, ainsi que de sa position et sa vitesse à la date ultérieure  $T$ .

Les systèmes économiques diffèrent des systèmes physiques en ceci que les anticipations y jouent un rôle crucial. Ainsi, pour calculer le  $q$  de Tobin d'après (122), il est nécessaire de former des anticipations sur l'évolution future de la profitabilité marginale du capital et des taux d'intérêt réels. De fait, (122) implique que  $q$  ne dépend que des réalisations futures de ces variables et nullement du passé. Ainsi, les équations de la dynamique newtonienne (134)-(135) s'interprètent comme déterminant la position et la vitesse de la particule à une date future infiniment proche, "l'instant suivant", comme fonction de leurs valeurs actuelles et de la force exercée sur la particule, mais l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (129) doit s'interpréter, à l'inverse, comme déterminant la valeur *actuelle* du  $q$  de Tobin (soit en gros la valeur

---

<sup>35</sup>En effet, la solution d'un système d'équations différentielles d'ordre 2 est un espace vectoriel de dimension 2, donc l'ensemble des combinaisons linéaires  $\alpha g_1 + \beta g_2$ , où  $g_1$  et  $g_2$  sont deux solutions linéairement indépendantes, qui constituent une base de cet espace (dans notre exemple,  $g_i$  est une fonction de  $R$  dans  $R^2$  telle que  $g_i(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ ). Les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  qui satisfont à des conditions initiales dans  $R^2$  sont donc uniques.

boursière de l'entreprise) comme fonction de la valeur boursière anticipée de l'entreprise à une date future infiniment proche et de sa profitabilité marginale (qui est ici l'équivalent de la force).

En l'absence de chocs stochastiques, les anticipations rationnelles coïncident avec la prévision parfaite, et les valeurs futures anticipées des variables coïncident donc avec leurs valeurs réalisées. La causalité dans l'équation (129) s'interprète donc comme allant du futur vers le présent, contrairement à ce qui prévaut dans les systèmes physiques<sup>36</sup>. Il ne pourrait en aller autrement puisque d'après (122)  $q$  ne dépend pas de la trajectoire suivie par l'économie avant la date  $t = 0$ .

Une variable telle que  $q$ , dont la loi d'évolution représente une causalité inversée, est dite "non-prédéterminée" (ou encore "forward-looking"). Les variables non prédéterminées sont en général assimilables à des prix d'actifs, qui par arbitrage sont égaux à la valeur future actualisée des dividendes ou coupons, et donc dépendent du futur et non du passé.

Une variable non prédéterminée n'hérite pas de sa trajectoire passée et sa trajectoire postérieurement à la date initiale  $t = 0$  ne doit donc pas se raccorder à une valeur initiale, contrairement à ce qui est le cas pour les variables prédéterminées.

Cette observation essentielle appelle deux commentaires également essentiels.

Premièrement, la trajectoire suivie par la variable non prédéterminée peut "sauter", mais uniquement sous certaines conditions. Puisque  $q$  est non prédéterminée, une solution  $(\pi(t), q(t))$  de (132-133) ne doit pas en général satisfaire à une condition initiale du type  $q(0) = q_0$ ; en d'autres termes la trajectoire de  $q(t)$  pour  $t > 0$  n'a pas à se raccorder à celle suivie par  $q$  avant la date 0 (qui est la date à partir de laquelle nous calculons la trajectoire de l'économie). Cette variable peut donc être discontinue à  $t = 0$ ,

---

<sup>36</sup>C'est cette inversion du sens de la causalité qui explique le signe négatif devant  $m_{tt}$  dans (124). En effet, plus la profitabilité entre la date  $t$  et la date  $t + dt$  est élevée, plus la valeur de  $q$  à la date  $t$  l'est. Or  $q_{t+dt}$  ne dépend pas de  $m_{tt}$ . Donc  $\dot{q} = \frac{q_{t+dt} - q_t}{dt}$  est d'autant plus faible que  $m_{tt}$  est grand.

contrairement à la position  $x$  et la vitesse  $v$  de notre particule dans le système physique décrit par (134)-(135). Cependant, elle doit satisfaire à l'équation différentielle (132) pour  $t > 0$ , donc sa trajectoire ne peut être discontinue après  $t = 0$ .

Pour comprendre cette propriété apparemment paradoxale, revenons à l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman (124) et souvenons-nous qu'elle s'interprète comme un arbitrage dans la valorisation d'un actif financier. Or la valeur d'un actif financier ne peut sauter de manière *anticipée*. En effet, si par exemple cet actif s'apprécie de 10 % à un instant donné, de manière parfaitement prévisible, les spéculateurs obtiendraient un rendement instantané infini en l'achetant immédiatement avant le moment de cette appréciation et en le revendant immédiatement après. Un saut anticipé n'est donc pas compatible avec l'arbitrage, c'est à dire avec l'équation (124) qui signifie que le rendement de l'actif considéré à une date quelconque  $t$  ne peut différer du taux d'intérêt instantané  $r_t$ . En revanche, chaque fois qu'une information *nouvelle* sur la profitabilité future de l'actif est disponible, les marchés réagissent instantanément et la valeur de l'actif change. L'équation (129) doit donc être comprise de façon bien spécifique: elle décrit la trajectoire (continue et même différentiable) suivie à partir de la date  $t = 0$  par le  $q$  de Tobin *si* le sentier effectivement suivi par le taux d'intérêt réel ( $i_t - \pi_t$ ) et la profitabilité marginale du capital (approximée par  $\beta y_t$ ) est *correctement anticipé* par les agents. Si l'économie est frappée par un choc *non anticipé* qui affecte la trajectoire future de ces deux grandeurs, le sentier d'équilibre suivi par  $q$  doit être recalculé pour refléter la nouvelle information; comme  $q$  est une variable non prédéterminée, sa nouvelle valeur ne dépend pas de sa trajectoire précédant le choc, ce qui implique que  $q$  sautera. C'est précisément pour cette raison que  $q$  peut en principe sauter à la date  $t = 0$ : le modélisateur calcule la trajectoire de l'économie à partir de cette date sans tenir compte de la valeur initiale de  $q$ , qui peut en principe refléter une information différente sur les taux d'intérêt et niveaux futurs de profitabilité

que celle prise en compte dans le système (132)-(133)<sup>37</sup>.

Deuxièmement, la présence de variables non prédéterminées au sein d'un système soulève un problème d'*indétermination*. On a vu plus haut que dans un système physique, le fait que chaque variable soit une variable d'état devant satisfaire à une condition initiale, implique que la trajectoire d'équilibre est unique. Dès lors que certaines variables sont non prédéterminées et donc non soumises à des conditions initiales, la trajectoire n'est plus unique. Un modèle dont les équilibres sont multiples n'est pas nécessairement sans intérêt mais est difficilement utilisable pour la prévision et l'évaluation des politiques économiques puisque le modélisateur ne sait pas la trajectoire empruntée par l'économie. Pour pallier cette difficulté conceptuelle, la littérature s'est accordée sur un critère de sélection de l'équilibre qui consiste à *éliminer les trajectoires explosives* (ce qui signifie supposer que les agents de l'économie considérée pensent qu'elle ne suivra pas une telle trajectoire et que cela est "common knowledge").

Nous allons montrer que dans le cadre du modèle de Blanchard, éliminer les trajectoires explosives conduit à sélectionner une unique trajectoire d'équilibre (appelée "saddle path" ou sentier-selle), ce qui résout le problème d'indétermination créé par le fait que  $q$  est non prédéterminé.

Nous supposons que les prix sont "rigides" et que cela se traduit par une inertie dans l'inflation  $\pi$  telle que celle-ci se comporte comme une variable prédéterminée<sup>38</sup>.

Nous représentons le système (132)-(133) sur un *diagramme des phases* (Figure 28), avec la variable prédéterminée  $\pi$  en abscisse et la variable non

---

<sup>37</sup>Inversement, une variable d'état ne peut sauter parce que sa dynamique est gouvernée par le sens usuel de causalité, du passé vers le présent. Le passé étant figé, il ne peut être modifié par un choc, contrairement au futur.

<sup>38</sup>En réalité, les développements récents de la théorie de la rigidité des prix impliquent que, dans un monde où les entreprises fixent leur prix pour une certaine durée (voir chapitre suivant), le niveau des prix est prédéterminé mais pas le taux d'inflation. Cette propriété ne rendant pas bien compte de la dynamique de l'inflation dans la réalité, les modèles ont été modifiés pour prendre en compte l'inertie de l'inflation, au moyen d'hypothèses cependant critiquables. Quoi qu'il en soit, du fait de ces avancées, l'état actuel de la recherche macroéconomique est compatible avec l'idée selon laquelle l'inflation serait prédéterminée.

prédéterminée  $q$  en ordonnée. A chaque instant  $t$ , la situation de l'économie est représentée par un point tel que A sur cette figure. Le diagramme des phases est caractérisé par deux droites, la droite  $QQ$  et la droite  $PP$ , qui sont le lieu des points tels que  $\dot{q} = 0$  et  $\dot{\pi} = 0$ , respectivement. D'après (133),  $PP$  est défini par l'équation  $dq = 0$  et coïncide avec l'axe horizontal. On supposera pour fixer les idées que  $c > 0$ . D'après (132),  $QQ$  est donc une droite de pente négative, définie par l'équation  $\lambda(\pi - \pi^*) + cq = 0$ .

Les droites  $PP$  et  $QQ$  partitionnent le plan en quatre régions, au sein desquelles la trajectoire suivie par l'économie évolue dans une direction différente. Ces directions sont représentées par des flèches. Ainsi, par exemple, dans la région I, l'économie est au-dessus de  $PP$ . Donc  $q > 0$ , ce qui implique d'après (133) que  $\pi$  augmente. D'autre part, la région I est en-dessous de  $QQ$ , donc  $\lambda(\pi - \pi^*) + cq < 0$  et  $q$  diminue. Les flèches de la région I montrent que dans cette région, l'économie se déplace vers le bas et vers la droite. De même, le point A est situé dans la région III, et la figure montre que si l'économie se trouve en A, elle se dirige vers le bas et vers la gauche.

L'intersection entre  $QQ$  et  $PP$  détermine l'unique équilibre stationnaire de l'économie. A cet équilibre, l'activité est à son niveau naturel  $y = 0$ , qui correspond à une valeur d'équilibre de  $q$  elle aussi normalisée à zéro, et l'inflation est égale à  $\pi^*$ , la cible de la banque centrale.

Les trajectoires possibles de l'économie sont illustrées par la figure 29. On voit que

1. Il existe une trajectoire  $SS$  qui converge vers l'équilibre stationnaire, appelée traditionnellement "sentier-selle" (de l'anglais "saddle path").
2. Toutes les autres trajectoires sont explosives.<sup>39</sup>

Supposons que le taux d'inflation – prédéterminé – à la date  $t = 0$  soit

---

<sup>39</sup>Le sentier selle est unique, car, comme on l'a mentionné dans la note 35 l'ensemble des trajectoires solution du système est un espace vectoriel de dimension 2. S'il existait deux trajectoires qui convergent vers l'état stationnaire, alors toutes les solutions pourraient se déduire comme combinaison linéaires de ces trajectoires, et donc toutes les trajectoires convergeraient vers l'équilibre stationnaire. Mais, d'après la figure 22, une trajectoire qui débute dans la région III s'éloigne forcément de l'équilibre stationnaire.

égal à  $\pi_0$ . La valeur initiale de  $q$  est non prédéterminée et donc a priori arbitraire. Mais, comme cela est montré sur la figure 29, il existe une unique valeur initiale de  $q$ ,  $q_0$ , telle que la trajectoire suivie par l'économie par la suite soit non explosive: elle est donnée par l'intersection entre le sentier selle  $SS$  et la droite verticale définie par  $\pi = \pi_0$ . Eliminer les trajectoires explosives revient donc à sélectionner cette unique trajectoire et à résoudre le problème de l'indétermination de la valeur initiale de  $q$  dû au fait que cette variable est non prédéterminée.

Cela signifie que les acteurs économiques, connaissant le vrai modèle, sont capables de calculer les trajectoires d'équilibre et de comprendre que les trajectoires explosives sont non viables. La rationalité des agents étant connue de tous, les agents se coordonnent sur le sentier-selle. Notons cependant que ce critère est essentiellement un acte de foi: si la valeur initiale de  $q$  diffère de celle correspondant au sentier-selle, sa loi d'évolution est cependant compatible avec l'absence de possibilité d'arbitrage; il n'existe donc aucun mécanisme spéculatif susceptible de détruire la trajectoire explosive suivie par l'économie.

Ces réserves étant posées, comment interpréter économiquement la dynamique de la trajectoire d'équilibre? Si l'inflation initiale est faible, la règle de Taylor (131) implique une politique de taux réels faibles. Les agents comprennent que les taux réels à court terme seront plus faibles qu'à l'équilibre à l'avenir, et cela se reflète par des taux longs également plus faibles qu'à l'équilibre, ou, de manière équivalente, par un  $q$  de Tobin élevé. Cela stimule l'investissement et l'activité; comme celle-ci se trouve plus élevée que son niveau d'équilibre, l'inflation s'accélère. L'accélération de l'inflation génère une hausse progressive des taux d'intérêts par la banque centrale. Cette hausse était anticipée par les agents et au fur à mesure que le temps passe, les taux courts futurs anticipés augmentent, ce qui a un effet négatif sur le prix des actifs et l'investissement. Notons que les taux longs sont supérieurs aux taux courts, mais que la courbe des taux s'aplatit au fur et à mesure que l'économie converge vers sa situation d'équilibre. La dynamique de l'output

$y$ , de l'inflation  $\pi$ , des taux longs et courts et du prix des actifs  $q$  est résumée sur la figure 30...

La réponse de l'économie à une politique monétaire plus expansive est représentée sur la figure 24. Dans le cadre présent, un choc positif de politique monétaire est équivalent à une hausse du taux d'inflation cible  $\pi^*$ . Cette hausse déplace la courbe  $QQ$  vers la droite. L'économie réagit par une hausse instantanée du prix des actifs (soit une hausse de  $q$ ) qui reflète la baisse des taux d'intérêts. Ceci stimule l'investissement et l'activité; l'économie suit ensuite la même dynamique que celle décrite plus haut, avec hausse progressive de l'inflation, baisse de  $q$  et de  $y$ , et convergence vers un nouvel équilibre où  $y$  est à nouveau à son taux naturel et l'inflation est égale à la cible de la banque centrale, désormais plus laxiste.

Cette classe de modèles est particulièrement intéressante pour comprendre l'effet de politiques économiques préannoncées, ou plus généralement l'effet des anticipations sur l'activité. Considérons une hausse de  $\pi^*$  annoncée à la date  $t = 0$  mais qui sera mise en oeuvre à une date ultérieure  $t = T$ . Pour calculer la trajectoire suivie par l'économie à la suite de cette annonce, rappelons-nous trois choses:

1. A la date  $T$ , l'économie se trouve nécessairement sur le sentier selle qui correspond au nouveau régime de politique monétaire. Faute de quoi, sa trajectoire serait explosive, ce que nous excluons a priori.

2. La variable  $q$  ne peut sauter que de manière non anticipée, c'est à dire lorsque l'information nouvelle est apprise par les agents. Elle peut donc connaître un saut par rapport à sa valeur initiale à  $t = 0$ , mais par la suite la trajectoire de l'économie est nécessairement continue. Celle-ci doit donc se raccorder au sentier selle du nouveau régime exactement à  $t = T$  et de façon continue.

3. Avant la date  $t = T$ , les lois d'évolution des variables  $\pi$  et  $q$  sont inchangées, de sorte que le mouvement de l'économie dans le plan  $(\pi, q)$  est gouverné par la dynamique correspondant au régime précédent la hausse de  $\pi^*$

Ces trois considérations permettent de tracer la trajectoire d'équilibre (Figure 25). Au moment de l'annonce, l'anticipation de taux d'intérêts plus faibles après la date  $T$  fait monter le prix des actifs et réduit les taux longs. La hausse du  $q$  de Tobin stimule l'investissement, ce qui crée un boum et une accélération de l'inflation. En dépit de la réaction de la banque centrale qui augmente ses taux pour contrer cette surchauffe, les prix d'actifs continuent à croître du fait que la date  $T$  du changement de régime monétaire approche. Le  $q$  de Tobin et l'activité sont à leur maximum au moment où la nouvelle politique monétaire se met en place. C'est également le moment où les taux courts sont le plus faibles<sup>40</sup>. Puis l'inflation continue à croître, et l'économie refroidit progressivement sous l'effet de nouvelles hausses de taux au fur et à mesure que l'on s'approche de la nouvelle cible inflationniste. La dynamique des taux, de l'activité, de l'inflation et des prix d'actifs est décrite sur la figure 26.

Ainsi, la simple annonce d'une expansion monétaire se traduit, à travers son effet sur les taux longs et les prix d'actifs, par des effets immédiats sur l'activité et les pressions inflationnistes qui leurs sont associées; de sorte qu'avant la mise en place du nouveau régime, la banque centrale se voit contrainte de resserrer sa politique monétaire alors même qu'elle la relâchera à partir de  $T$ .

$$\dot{q} = \lambda(\pi - \pi^*) + cq, \quad (136)$$

$$\dot{\pi} = dq, \quad (137)$$

---

<sup>40</sup>Comme  $\pi$  augmente au cours du temps, d'après la règle de Taylor les taux réels courts ne cessent d'augmenter au sein de chaque régime monétaire, mais subissent une discontinuité au moment de la mise en place du nouveau régime à la date  $T$ . Si le taux réel était plus élevé que sa valeur initiale égale à zéro immédiatement après  $t = T$ , alors les taux courts seraient supérieurs à zéro, leur valeur initiale, pour toute la durée de la trajectoire. Mais dans ce cas la hausse initiale de  $q$ , due aux anticipations de baisse future des taux, ne pourrait pas se produire. Le taux réel immédiatement après  $T$  est donc nécessairement négatif; comme il augmente par la suite, la date de la mise en place de la nouvelle politique est bien celle à laquelle le taux réel court est minimal.

## 16 La dynamique du taux de change: le modèle de Mundell-Fleming-Dornbusch

Dans ce chapitre, nous abordons la macroéconomie en économie ouverte et nous penchons sur la dynamique du taux de change. Les propriétés de celle-ci dépendent cruciallement du degré de mobilité internationale des capitaux. Lorsque les capitaux ne sont pas mobiles, le pays ne peut ni emprunter à l'étranger ni y placer son argent. Les recettes d'exportation doivent alors couvrir le coût des importations, et le taux de change d'équilibre est celui qui réalise l'équilibre du compte courant. En revanche, lorsque les capitaux sont mobiles, le taux de change d'équilibre est tel que le déficit du compte courant est égal à l'excédent du compte en capital, c'est à dire tel que le flux net de capitaux vers le pays coïncide avec ses besoins de financement. Le taux de change d'équilibre dépend alors à la fois des facteurs influençant du compte courant (compétitivité, coûts salariaux, etc) et de ceux qui déterminent les mouvement internationaux de capitaux (différentiels de rendements et anticipations sur l'évolution de ces rendements). Dans le modèle dit de Mundell-Fleming, on suppose la *mobilité parfaite* des capitaux, c'est à dire que les flux de capitaux sont *infiniment élastiques* aux différentiels de rendement entre les pays. A l'équilibre, le rendement du capital dans un pays donné ne peut alors pas différer de son niveau mondial. On va voir que cette condition détermine le taux de change d'équilibre, qui à court terme ne dépend plus du tout de la balance courante. En effet, quelle que soit la taille du déficit commercial, celui-ci peut être financé en empruntant à l'étranger et en rémunérant les crédetes au taux de rendement international du capital; dès lors que cette rémunération est assurée, le pays considéré peut emprunter une quantité arbitraire, puisqu'une hausse infinitésimale du rendement offert par ce pays au-delà du niveau mondial suffit pour attirer un flux de capitaux arbitrairement élevé. Si cette hypothèse peut sembler extrême, elle reflète les réalités contemporaines des mouvements de capitaux. Ceux-ci entraînent

des flux de devises bruts bien plus élevé que le solde du compte courant<sup>41</sup>, ce qui valide l'hypothèse de mobilité parfaite.

## 16.1 La détermination du taux de change avec mobilité parfaite des capitaux: le cas du change flexible

On considère l'extension suivante du modèle IS-LM:

$$\begin{aligned}
 Y &= I(i - \pi^e) + C + G + X - M \text{ (IS)} \\
 X - M &= f\left(\frac{EP^*}{P}\right) \text{ (BC)} \\
 \frac{M}{P} &= g(Y, i) \text{ (LM)} \\
 M - X + rB &= NFB \text{ (BP)} \\
 NFB &= h(i - i^*) \text{ (KI)}.
 \end{aligned}$$

La première équation est l'équation IS, qui correspond à l'équilibre emploi-ressources de l'économie, avec  $Y = \text{PIB}$ ,  $I = \text{investissement}$ ,  $C = \text{consommation}$ ,  $G = \text{dépenses publique}$ ,  $X = \text{exportations}$  et  $M = \text{importations}$ . Toutes ces variables sont exprimées en termes réels et l'on a fait apparaître explicitement la dépendance négative de  $I$  en fonction du taux d'intérêt réel, égal à la différence entre le taux nominal  $i$  et l'inflation anticipée  $\pi^e$ .

La seconde équation, BC, relie le surplus de la balance commerciale,  $X - M$ , au taux de change réel de l'économie considérée; ici  $E$  est le taux de change nominal, défini comme le nombre d'unités de monnaie nationale par unités de monnaie étrangère. Ainsi, lorsque la monnaie nationale se déprécie, la quantité  $E$  augmente.  $P^*$  est le niveau des prix à l'étranger –  $EP^*$  exprime donc cette quantité en monnaie nationale. Enfin,  $P$  est le niveau des prix dans le pays considéré. Le rapport  $EP^*/P$  est une mesure du taux de change réel, défini comme la ratio entre les prix étrangers et les prix domestiques, exprimés en monnaie domestique. Plus ce ratio est élevé, plus le pays est

---

<sup>41</sup>Bien entendu, à l'équilibre, le flux *net* de capitaux coïncide avec le solde du compte courant.

compétitif et plus le solde de la balance commerciale s'améliore. On a donc  $f' > 0$ .

La troisième équation est la courbe LM, qui est inchangée par rapport à une économie fermée. On a  $g_1 > 0$ ,  $g_2 < 0$ .

La quatrième équation est l'équilibre de la balance des paiements. Cette équation nous dit que le déficit du compte courant est égal à l'endettement net envers l'étranger, noté  $NFB$  ("net foreign borrowing"). Ce déficit courant est égal à la somme du déficit commercial  $M - X$  et des paiements d'intérêts vers le reste du monde,  $rB$ , où  $B$  est la dette extérieure du pays et  $r$  le taux d'intérêt sur cette dette<sup>42</sup>. Cette équation s'interprète comme un contrainte budgétaire intratemporelle de l'économie nationale, l'accroissement de la dette externe étant égal à la désépargne nette, aussi égale d'après IS à la différence entre la dépense globale  $I + C + G$  et le revenu national  $Y - rB$ .<sup>43</sup>

Enfin, l'équation (KI) implique que l'endettement net du pays doit être égal aux flux de capitaux à destination de ce pays. Ces derniers sont une fonction croissante du différentiel de rendement entre le pays et le reste du monde,  $i - i^*$ . On a donc  $h' > 0$ . Cette équation s'interprète comme un équilibre sur le marché international des fonds prêtables.

Nous cantonnerons l'analyse au cas limite où  $h$  est infiniment élastique, ce qui implique que l'équation KI doit être remplacée par la condition d'arbitrage  $i = i^*$ : le rendement des titres doit être le même dans tous les pays. Nous pouvons alors réexprimer notre modèle sous la forme log-linéarisée suivante<sup>44</sup>:

$$y = -a(i - \pi^e) + b(e + p^* - p) + f \quad (138)$$

$$m - p = y - di \quad (139)$$

$$i = i^*. \quad (140)$$

Les minuscules désignent les logarithmes naturels des variables notées en majuscule. On a remplacé  $X - M$  dans IS par sa valeur en fonction du taux

<sup>42</sup>Si le pays est créiteur net, alors  $B < 0$ .

<sup>43</sup>Le revenu national est égal à la somme du PIB  $Y$  et des revenus nets d'actifs détenus envers l'étranger,  $-rB$ .

<sup>44</sup>On a supposé pour simplifier une élasticité unitaire de la demande d'encaisses réelles par rapport au revenu réel, d'où le coefficient unitaire devant  $y$  dans (139).

de change réel. A cause de l'élasticité infinie de l'offre de capitaux, l'équation BP n'est plus utile pour calculer l'équilibre, elle détermine résiduellement la quantité empruntée par le pays *NFB*. On a donc réduit le modèle à trois équations qui déterminent les variables endogènes,  $y$ ,  $e$  et  $i$ , cette dernière étant trivialement égale à  $i^*$  à l'équilibre. Les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  sont tous positifs. La quantité  $f$  est l'équivalent de  $G$  dans la forme log-linéarisée de l'équation IS<sup>45</sup>. Une hausse de  $f$  correspond donc à une hausse des dépenses publiques.

Il est immédiat de résoudre ce modèle. Pour simplifier, normalisons  $i^*$ ,  $p^*$  et  $\pi^e$  à zéro. On trouve

$$\begin{aligned} y &= m - p, \\ e &= \frac{y - f}{b} + p = \frac{m - f + (b - 1)p}{b}. \end{aligned} \quad (141)$$

On constate que  $dy/dm > 0$  et que  $de/dm > 0$ . En revanche  $dy/df = 0$ . La politique budgétaire est donc inopérante, ce qui n'était pas le cas en économie fermée.

Ces résultats s'expliquent par le rôle important joué par les flux de capitaux et leur effet sur le taux de change.

Considérons d'abord une hausse de la quantité de monnaie. L'effet d'impact est une baisse des taux: les résidents domestiques tentent d'ajuster leur portefeuille en transformant une partie des liquidités supplémentaires injectées par la banque centrale en titres, ce qui augmente le prix de ces derniers et donc réduit leur rendement. Dès que ce rendement baisse, les investisseurs étrangers vendent massivement leurs titres nationaux pour réinvestir leur argent dans un autre pays. Ceci conduit à une dépréciation du taux de change qui se poursuit tant que le taux d'intérêt d'équilibre sur le marché monétaire reste inférieur au taux d'intérêt mondial. Mais la dépréciation du taux de change

---

<sup>45</sup>On n'a pas  $f = \ln G$ , d'où le changement de notation. En effet soit une relation additive  $Z = X + Y$ . Soient  $dX$ ,  $dY$ ,  $dZ$  de petites déviations de ces variables par rapport à un équilibre de référence. Alors  $dZ = dX + dY$ , donc  $Z \frac{dZ}{Z} = X \frac{dX}{X} + Y \frac{dY}{Y}$ . Puisque  $d \ln X = dX/X$ , etc. La forme log-linéarisée de  $Z = X + Y$  est donc  $z = mx + ny$ , avec  $m = X/Z$  et  $n = Y/Z$ .

On a donc ici  $f = q \ln G$ , avec  $q = G/Y$ .

relance les exportations et donc la production, ce qui augmente la demande de monnaie nationale et donc le taux d'intérêt. Ce dernier est à nouveau égal au taux mondial lorsque la hausse du PIB est suffisamment élevée, et dans cette situation l'économie a atteint son nouveau point d'équilibre.

L'effet d'impact d'un stimulus fiscal est inverse: la demande de monnaie augmente, ce qui tend à faire augmenter le taux d'intérêt. Dès que celui-ci augmente, le pays connaît un afflux de capitaux qui se traduit par une appréciation du taux de change. Cette appréciation réduit les exportations et tempère la hausse de l'activité, ce qui modère la hausse de la demande de monnaie et donc celle des taux. Ce processus d'appréciation du change se stabilise lorsque le taux d'intérêt qui réalise l'équilibre sur le marché de la monnaie coïncide à nouveau avec le taux d'intérêt mondial. Pour que cela soit le cas, il faut que la demande de monnaie soit inchangée, puisque l'offre de monnaie est elle-même inchangée. Comme le taux d'intérêt d'équilibre est nécessairement le même du fait de la mobilité parfaite des capitaux, cela ne peut se produire que si le PIB est lui-même inchangé. Il y a donc effet d'éviction totale de la hausse des dépenses publiques par la détérioration du solde commercial. Le taux de change nominal (et donc réel) s'apprécie jusqu'au point où la chute des exportations nettes annule exactement la hausse de la demande agrégée induite par le stimulus fiscal. Tant que ce point n'est pas atteint, la demande de monnaie pour un taux d'intérêt égal au taux mondial excède l'offre, et la pression à la hausse des taux continue à attirer les capitaux et à apprécier le taux de change réel.

## 16.2 Le cas du change fixe

De nombreux pays poursuivent une politique de change fixe ou tout au moins d'intervention sur le marché des changes. L'équilibre de notre économie est décrit par un système de trois équations à trois inconnues. Y poursuivre une politique de change fixe indépendamment du niveau de la masse monétaire  $m$  et de la politique budgétaire  $f$  reviendrait mathématiquement à rendre  $e$  exogène, ce qui nous ramènerait à un système de trois équations à deux

inconnues, qui n'a pas en général de solution, à moins de fixer le taux de change précisément à son niveau d'équilibre. Cette impossibilité mathématique exprime une impossibilité économique: celle pour la banque centrale de conduire des interventions sur les marchés des changes visant à défendre une parité à un niveau arbitraire, cela indépendamment des autres dimensions de la politique économique.

Par exemple, à politique budgétaire donnée, la banque centrale peut-elle fixer simultanément et indépendamment le taux de change et la quantité de monnaie? Le bilan de la banque centrale s'écrit

$$M = R + D,$$

où  $M$  est la base monétaire, i.e. le passif, et l'actif se décompose comme somme des réserves de change  $R$  et du crédit à l'économie domestique  $D$ .

Supposons l'économie initialement à l'équilibre de changes flexibles tel que décrit par la section précédente, et supposons que les autorités désirent fixer le taux de change à un niveau déprécié par rapport à celui de l'équilibre, soit  $\bar{e} > e$ , *sans changer la masse monétaire*. Pour que la monnaie nationale se déprécie, les autorités doivent en imprimer et acheter des devises étrangères. Mais comme le montre l'équation précédente cette opération augmente la monnaie en circulation. Elle ne peut donc pas être effectuée à masse monétaire inchangée, à moins que l'intervention sur le marché des changes soit *stérilisée*, c'est à dire que  $D$  soit réduit d'un montant exactement égal à la hausse de  $R$ . Une manière de conduire une intervention stérilisée consiste par exemple, lors de l'achat de devises, à conduire une opération d'"open market" consistant à vendre des bons du trésor pour un montant équivalent. Malheureusement, si l'intervention stérilisée est possible, elle n'a cependant aucun effet sur le taux de change. Chaque euro de bon du trésor vendu au cours de l'opération d'open market crée une pression à la hausse sur les taux d'intérêts, ce qui attire les capitaux étrangers et conduit à une appréciation du taux de change, résultat inverse de celui que la banque centrale cherche à obtenir. En d'autres termes l'opération de stérilisation en annulant l'effet

de l'achat de devises sur la base monétaire, annule également son effet sur le taux de change. L'équilibre sur les marchés des titres et des devises implique que  $e$  et  $m$  soient liés par la relation (141). Pour fixer le taux de change il faut donc renoncer à l'autonomie monétaire et laisser la quantité de monnaie s'établir au niveau compatible avec la parité choisie. Si c'est le cas, le système (138-140) détermine alors les trois variables endogènes  $y, i$  et  $m$  en fonction des variables exogènes  $p, p^*, i^*, f$  et  $e$ , que l'on rebaptisera  $\bar{e}$  pour bien faire apparaître que nous sommes en changes fixes. Avec la normalisation  $i^* = p^* = \pi^e = 0$ , on obtient alors la solution suivante

$$y = b(\bar{e} - p) + f \quad (142)$$

$$m = p + f + b(\bar{e} - p). \quad (143)$$

On constate que la politique budgétaire a un effet positif sur le niveau de l'activité, ce qui n'était pas le cas en changes flexibles. En effet, les autorités monétaires combattent désormais l'effet appréciateur de  $f$  sur le change en augmentant  $m$  afin de maintenir la parité (ce que l'on voit dans (143)). Le taux de change réel restant inchangé du fait de cet objectif de la politique monétaire, il n'y a aucun effet d'éviction par la détérioration du solde commercial. On observe aussi qu'une dévaluation, i.e. une hausse de  $\bar{e}$ , a un effet positif sur  $y$  puisqu'elle améliore la compétitivité et donc le solde commercial, et qu'elle doit se traduire par une hausse de la masse monétaire – nécessaire pour accommoder la hausse de l'activité à taux d'intérêt nominal inchangé.

### 16.3 La dynamique: le modèle de Dornbusch (1976)

Le modèle qui précède a les lacunes bien connues du modèle IS-LM: les prix sont traités comme fixes, et les anticipations sont exogènes du fait du caractère statique de la formalisation. Ce modèle n'est pas adapté pour comprendre les aspects dynamiques de la détermination des prix et du taux de change. Le modèle de Dornbusch (1976) pallie ces inconvénients. Ce modèle enrichit le modèle de Mundell-Fleming en lui ajoutant une courbe

d'offre agrégée où les prix, rigides à court terme s'ajustent graduellement en fonction du déséquilibre entre demande agrégée et capacité productive et en généralisant la condition d'arbitrage (140) pour prendre en compte les anticipations rationnelles sur les évolutions futures du taux de change.

### 16.3.1 La parité de taux d'intérêt

Dans un contexte dynamique, la condition d'égalisation des rendements financiers doit prendre en compte l'évolution future du taux de change. En effet, deux titres libellés dans deux monnaies différentes et ayant des rendements identiques exprimés dans leur monnaie propre, auront un rendement différent si l'une de ces monnaies s'apprécie par rapport à l'autre. Pour reprendre les notations ci-dessus, supposons que l'euro soit la monnaie domestique et le dollar la monnaie étrangère,  $E_t$  étant alors le nombre d'euros par dollar à la date  $t$ . Soit  $i_t$  le rendement d'un titre en euros entre  $t$  et  $t + 1$  et  $i_t^*$  le rendement d'un titre en dollars entre  $t$  et  $t + 1$ . Un euro placé en euro-titres à la date  $t$  rapporte  $1 + i_t$  euros à  $t + 1$ . Ce même euro peut alternativement être placé en titres libellés en dollars: un euro permet d'acheter pour  $1/E_t$  dollars de titres étrangers, ce qui rapporte  $(1 + i_t^*)/E_t$  dollars à la date  $t + 1$ , soit  $E_{t+1}(1 + i_t^*)/E_t$  euros. Par arbitrage, les investisseurs doivent être indifférents entre ces deux opérations. On doit donc avoir:

$$E_{t+1}^e(1 + i_t^*)/E_t = 1 + i_t, \quad (144)$$

où  $E_{t+1}^e$  est le taux de change anticipé de la date  $t + 1$ .

Cette condition s'appelle "parité non couverte de taux d'intérêt" (uncovered interest parity). Elle implique que si le taux d'intérêt des titres libellés en euros est supérieur au taux des titres en dollars, alors les marchés anticipent une dépréciation de l'euro par rapport au dollar. Si cela n'était pas le cas, il serait plus rentable de placer son argent en euros, on observerait alors un réajustement des portefeuilles au profit des titres en euros et donc une appréciation de celui-ci: le taux de change initial ne pourrait donc pas se situer à son niveau d'équilibre.

Nous allons supposer que les anticipations sont rationnelles et que l'économie n'est pas soumise à des chocs. Sa trajectoire est donc déterministe et les anticipations rationnelles coexistent avec la prévision parfaite. D'où  $E_{t+1}^e = E_{t+1}$ . Nous pouvons ensuite utiliser les techniques introduites au début du chapitre précédent pour exprimer l'équivalent en temps continu de (144). Cette relation peut se réécrire

$$\ln \frac{E_{t+1}}{E_t} + \ln(1 + i_t^*) = \ln(1 + i_t). \quad (145)$$

Si  $\Delta t$  est la durée d'une période, on peut remplacer  $i_t$  (resp.  $i_t^*$ ) par  $i_t \Delta t$  (resp.  $i_t^* \Delta t$ ), où  $i, i^*$  dénotent maintenant des taux d'intérêts par unité de temps. De même, si  $\Delta t \ll 1$ , on peut écrire  $E_{t+1} \approx E_t + \dot{E}_t \Delta t$ .<sup>46</sup> Ainsi, (145) équivaut à

$$\ln \frac{E_{t+1}}{E_t} + \ln(1 + i_t^* \Delta t) = \ln(1 + i_t \Delta t),$$

soit lorsque  $\Delta t \rightarrow 0$ ,

$$\frac{\dot{E}_t}{E_t} + i_t^* = i_t,$$

ou encore

$$i = i^* + \dot{e},$$

avec  $e = \ln E$ .

Le modèle de Dornbusch est alors décrit par les équations suivantes:

$$y = -a(i - \dot{p}) + b(e + p^* - p) + f \quad (146)$$

$$m - p = y - di \quad (147)$$

$$i = i^* + \dot{e} \quad (148)$$

$$\dot{p} = \sigma(y - \bar{y}). \quad (149)$$

Les deux premières équations sont les mêmes que dans le modèle statique de Mundell-Fleming, à ceci près que l'on suppose la prévision parfaite, ce qui

---

<sup>46</sup>Pour alléger la présentation, nous utilisons les mêmes notations pour les variables en temps discret et leurs contreparties en temps continu, contrairement à ce que nous avons fait dans la section 15.1.

implique en temps continu que l'inflation anticipée coïncide avec l'inflation instantanée, soit  $\pi^e = \pi = \frac{\dot{P}}{P} = \frac{d}{dt} \ln P = \dot{p}$ . La troisième équation remplace la condition d'arbitrage statique  $i = i^*$  par la condition de parité non couverte de taux d'intérêt. La quatrième équation décrit l'ajustement des prix;  $\bar{y}$  est le taux naturel d'activité (en logarithmes) et  $\sigma$  est un paramètre positif. On suppose que les prix s'ajustent graduellement et que l'inflation est d'autant plus forte que l'output gap est élevé.

Pour simplifier l'analyse, nous supposons que  $a \approx 0$ , c'est à dire que l'effet du taux d'intérêt sur la courbe IS est négligeable. En normalisant  $p^* = i^* = \bar{y} = 0$  et en éliminant  $i$  et  $y$  on se ramène à deux équations dynamiques:

$$\dot{p} = \sigma b(e - p) + \sigma f \quad (150)$$

$$\dot{e} = \frac{b}{d}e + \frac{1-b}{d}p + \frac{1}{d}f - \frac{m}{d} \quad (151)$$

La première équation détermine le taux d'inflation,  $\dot{p}$ , comme fonction croissante du taux de change réel  $e - p$  et du stimulus fiscal  $f$ . Ces deux variables augmentent la demande agrégée, la première à travers la compétitivité des exportations et la seconde directement. A capacité de production inchangée, cela rend l'économie plus inflationniste.

La seconde équation nous dit quel est le taux de change d'équilibre compatible avec l'équilibre sur les marchés. Celui-ci,  $e$ , est d'autant plus élevé (donc déprécié d'après nos conventions d'écriture) que (i)  $\dot{e}$  est élevé, c'est à dire que l'on anticipe qu'il va se déprécier – en effet, de telles anticipations se traduisent par une fuite des capitaux qui tend à réduire le taux de change d'équilibre; (ii)  $m$  est grand, c'est à dire que la quantité de monnaie nationale en circulation est élevée – pour que les agents acceptent de détenir cette quantité, le taux d'intérêt sur les actifs nationaux doit baisser, ce qui déclenche à nouveau une fuite des capitaux et une dépréciation du change; (iii)  $f$  est faible – en effet cela réduit le demande agrégée, donc la demande de monnaie, ce qui a un effet négatif sur le taux d'intérêt d'équilibre, etc. Par ailleurs, l'effet du niveau général des prix est ambigu. D'une part, il tend à réduire

les encaisses réelles, donc à faire augmenter le taux d'intérêt d'équilibre, ce qui attire les capitaux, conduisant à une appréciation du change donc à une baisse de  $e$ . D'autre part, il tend à réduire la compétitivité et donc la demande agrégée, ce qui a l'effet inverse. Nous supposons que  $b < 1$ , ce qui implique que le premier effet domine. D'après (151), une hausse du niveau des prix, toutes choses égales par ailleurs, se traduit donc par un niveau d'équilibre de  $e$  plus faible, soit une appréciation du change.

La causalité n'est pas la même dans (150) que dans (151). Le niveau des prix  $p$  est prédéterminé et (150) nous dit que l'économie est d'autant plus inflationniste, c'est à dire que la valeur courante de  $p$  est d'autant plus élevée par rapport à sa valeur passée, que  $y$  est élevé par rapport aux capacités de production. La présence de  $\dot{p}$  traduit donc un effet du prix passé sur le prix courant: plus le premier est élevé, plus le second l'est, à tension inflationniste donnée. En revanche, le taux de change est une variable non prédéterminée dont le niveau d'équilibre est déterminé par une condition d'arbitrage sur les marchés financiers – essentiellement, la condition de parité de taux d'intérêt (148). La présence de  $\dot{e}$  reflète l'effet des anticipations de dépréciation future sur le niveau d'équilibre du taux de change courant. Comme nous l'avons discuté au chapitre précédent, la valeur de  $e$  n'est pas déterminée par les conditions initiales et c'est à nouveau en éliminant les trajectoires explosives que nous la sélectionnerons.

La figure 34 représente la détermination de l'équilibre. La courbe  $\dot{p} = 0$  représente les points où l'inflation est égal à son niveau d'équilibre, nul ici, ce qui correspond à  $y = \bar{y}$ . Etant donné  $f$ , il existe un unique taux de change réel d'équilibre  $e - p$  tel que la demande agrégée soit égale au taux naturel de PIB. La courbe  $\dot{p} = 0$  est donc une droite de pente unitaire: le taux de change nominal doit se déprécier proportionnellement à la hausse des prix pour que le taux de change réel reste égal à son niveau d'équilibre. Le lieu  $\dot{e} = 0$  représente les points où  $e$  serait cohérent avec la condition d'arbitrage sur les marchés financiers, *si l'on anticipait qu'il ne se dépréciait pas*.

La dynamique est comparable à celle du modèle de Blanchard. Etant

donné la direction des flèches, il existe une unique trajectoire explosive, le "sentier selle", et l'on sélectionne l'équilibre en supposant que l'économie se situe sur cette trajectoire. Si par exemple le niveau initial de  $p$  est plus faible que son niveau de long terme, le PIB est supérieur à son niveau d'équilibre du fait de la compétitivité. Cela crée des tensions inflationnistes, impliquant que  $p$  augmente au cours du temps. Cette hausse des prix réduit les encaisses réelles, ce qui tend à augmenter le taux d'intérêt, attirant les capitaux et conduisant à une appréciation du change. La trajectoire d'ajustement, comme le montre la figure, est donc caractérisée par une hausse des prix ( $\dot{p} > 0$ ) et une appréciation du change ( $\dot{e} < 0$ ). C'est l'inverse qui prévaut si le niveau initial de  $p$  est supérieur à sa valeur de long terme.

La figure 35 représente l'effet d'un choc monétaire. On suppose l'économie initialement en équilibre stationnaire. Une hausse permanente de  $m$ , non anticipée, se produit. Le lieu  $\dot{e} = 0$  se déplace vers le haut. Techniquement,  $p$  est prédéterminé, et  $e$  non prédéterminé. Cette dernière variable saute de manière discrète, de façon que l'économie se trouve sur le nouveau sentier-selle. On note qu'il y a "surajustement" du taux de change: il se déprécie plus à court terme qu'à long terme. La hausse de l'offre de monnaie réduit le taux d'intérêt, ce qui entraîne une fuite des capitaux et une dépréciation du change. Cette dépréciation instantanée continue jusqu'au point où les spéculateurs sont prêts à détenir les actifs nationaux en dépit de leur rendement plus faible. D'après la condition de parité de taux, cela ne peut être le cas que si l'on anticipe une réévaluation du change. Le taux de change se déprécie donc plus à court terme qu'à long terme.

Il est tentant d'interpréter ce résultat comme une preuve que le comportement de spéculation sur les marchés des changes est déstabilisateur. Or, les choses sont plus complexes. Le surajustement du change serait en effet plus prononcé si les investisseurs ignoraient l'évolution future des taux et se comportaient comme s'ils étaient myopes. En effet, dans ce cas, l'équation d'arbitrage sur les marchés des capitaux serait remplacée par  $i = i^*$ . Il est facile de voir que l'économie se trouverait alors non plus sur le sentier-selle

mais sur le lieu  $\dot{e} = 0$ , ce qui implique un effet d'impact plus fort des chocs monétaires sur le taux de change. Comme dans la plupart des modèles, le comportement "forward-looking" des spéculateurs tend ici à lisser les fluctuations des prix. En revanche, il est exact que le surajustement du taux de change peut disparaître en présence de contrôle des capitaux. C'est ce qui ressort de l'exercice suivant.

**Exercice** – Supposons l'équation (148) remplacée par une équation d'équilibre de la balance commerciale du type

$$\alpha y - \beta(e + p^* - p) = 0 \quad (152)$$

avec  $\alpha, \beta > 0$ .

1. Quels sont, selon vous, les mécanismes économiques qui sous-tendent (152)?

2. On suppose  $a > 0$ ,  $\bar{y} = p^* = f = 0$ ,  $\sigma < 1/a + 1/d$ . Montrer que  $y$  peut s'exprimer sous la forme

$$y = \varphi(e - p) + \psi(m - p),$$

avec  $\varphi, \psi > 0$ . Interpréter économiquement cette relation. Donner les expressions de  $\varphi$  et  $\psi$  en fonction des paramètres structurels du modèle.

3. En déduire que dans le plan  $(p, e)$ , le lieu des points  $\dot{p} > 0$  est une droite de pente positive et supérieure à 1.

4. On suppose

$$\beta > \alpha\varphi.$$

Interpréter cette condition en termes de l'effet net de court terme d'une dévaluation sur la balance commerciale. Montrer que sous cette hypothèse, la trajectoire d'équilibre de l'économie dans le plan  $(p, e)$  est une droite de pente négative ou positive et inférieure à 1, et en déduire que l'économie converge vers un état stationnaire de long terme.

5. Quel est le taux de change réel de long terme? Quel est l'effet de long terme d'une hausse de la masse monétaire sur  $p, e$ , et  $y$ . Expliquer.

6. On suppose

$$\beta > \alpha(\varphi + \psi). \quad (153)$$

Montrer que sous l'effet d'une hausse permanente de  $m$ ,  $e$  se déprécie moins à court terme qu'à long terme.

7. Les contrôles des capitaux peuvent-ils empêcher le surajustement du change aux chocs monétaires si (153) n'est pas satisfaite?

Pour conclure ce chapitre, nous décrivons sur la figure 36 la réponse de l'économie à une hausse anticipée de la masse monétaire. Anticipant cette hausse et la dépréciation du change, les agents vendent immédiatement des actifs libellés en monnaie nationale. Il en résulte une dépréciation immédiate du change alors même que l'expansion monétaire n'a pas encore eu lieu. Le change réel se dépréciant également, les exportations sont relancées et  $y$  augmente, ce qui conduit à une hausse des taux d'intérêt. Cela implique que le rendement des actifs nationaux est plus élevé avant l'expansion monétaire qu'après celle-ci; en conséquence, le taux de change d'équilibre est apprécié par rapport à son niveau au moment de l'implémentation de l'expansion monétaire, les investisseurs internationaux profitant de cette hausse momentanée des taux. Cependant, plus la date de l'expansion (et donc de la baisse des taux) se rapproche, plus les spéculateurs se débarrassent de leurs actifs nationaux, et plus le taux de change se déprécie. Au moment de l'expansion, l'économie se trouve sur le nouveau sentier-selle; en effet, la condition d'arbitrage sur les marchés internationaux de capitaux empêche toute discontinuité anticipée de la trajectoire suivie par  $e$ . Cela signifie que le taux de change s'est suffisamment déprécié pour qu'il soit rentable de détenir les actifs nationaux en dépit de leur rendement nominal plus faible, i.e. qu'il s'apprécie à nouveau. On a donc affaire à une réponse non monotone du change: il se déprécie massivement puis continue à se déprécier graduellement tandis que la date de l'expansion monétaire approche, puis il s'apprécie à nouveau.

## 17 Monétisation des déficits budgétaires et attaques spéculatives sur les régimes de change fixe

Nous avons vu au chapitre 12 qu'une politique monétaire anti-inflationniste pouvait être battue en brèche voir contre-productive si la politique budgétaire n'était pas cohérente avec l'objectif de stabilité des prix et si la dette publique finissait par être monétisée. La théorie des attaques spéculatives, due à Salant et Henderson, Krugman, et Flood et Garber, explique l'effondrement d'un régime de change fixe par des considérations analogues: à force de monétiser la dette publique, la banque centrale finit par produire une quantité de liquidité incompatible avec le régime de change. Ce dernier doit être abandonné faute de réserves. La principale contribution de cette littérature est de montrer que les marchés éliminent brutalement les réserves de change sans attendre que celles-ci ne se soient graduellement amenuisées sous l'effet de la monétisation de la dette.

Le bilan simplifié d'une banque centrale qui intervient sur le marché des changes et injecte de la monnaie dans l'économie nationale en achetant des bons du trésor au moyen, par exemple, d'opérations d'"open market" est le suivant:

$$M_t = R_t + D_t,$$

où  $M_t$  est le stock de monnaie en circulation, i.e. la base monétaire, qui représente le passif de la banque centrale;  $R_t$  est le stock de réserves de change, exprimé en monnaie nationale, et  $D_t$  la valeur de la dette publique détenue par la banque centrale.

On suppose que dans le pays considéré, il n'est pas possible d'équilibrer les comptes publics grâce à l'impôt, de sorte que les déficits sont monétisés par l'institut d'émission. La dette détenue par la banque centrale croît donc de façon mécanique sous l'effet des déficits. On suppose que le taux de croissance de  $D$  est égal à  $\mu > 0$  :

$$\dot{D}_t = \mu D_t.$$

La monnaie émise par la banque central doit être détenue par les agents; l'équilibre sur le marché de la monnaie s'écrit

$$\frac{M_t}{P_t} = a_0 - a_1 i_t, \quad (154)$$

où  $a_0, a_1 > 0$ ,  $P$  dénote le niveau des prix et  $i$  le taux d'intérêt nominal.

Dans ce modèle où l'on se préoccupe essentiellement des aspects monétaires, on suppose les prix parfaitement flexibles. Le PIB est toujours à son niveau d'équilibre et si tous les biens sont échangeables, leur prix, exprimé dans la même monnaie, est le même partout. On a donc à tout moment "parité de pouvoir d'achat", c'est à dire que le niveau des prix à l'étranger, converti en monnaie nationale, est le même que dans le pays considéré:

$$P_t = P_t^* S_t, \quad (155)$$

où  $P_t^*$  est le niveau des prix à l'étranger et  $S_t$  le taux de change nominal, exprimé en unités de monnaie nationale par unité de monnaie étrangère.

On s'intéresse au conflit entre l'objectif de défendre une parité de change et celui de monétiser la dette. On considère que cette question est à peu près indépendante de celle des rigidités de prix, de l'ajustement entre l'offre et la demande agrégée, ou de la manière précise dont le solde commercial dépend du taux de change réel. Pour cette raison, les hypothèses faites sur le secteur réel de l'économie sont minimalistes: prix flexibles, plein emploi, et arbitrage complet sur les marchés de biens internationaux qui conduit à un taux de change réel ( $\frac{P}{P^*S}$ ) toujours égal à son niveau de parité de pouvoir d'achat (égal à un). Ces hypothèses ne sont pas censées être réalistes; elles permettent de simplifier l'analyse et reposent sur l'intuition que le phénomène d'attaque spéculative sur les changes sera qualitativement le même quelle que soit la formalisation du secteur réel de l'économie.

Enfin, on suppose une mobilité parfaite des capitaux; la condition de parité de taux d'intérêt, discutée dans le chapitre précédent, s'applique donc:

$$i_t = i_t^* + \frac{\dot{S}_t}{S_t}, \quad (156)$$

où  $i_t^*$  est le taux d'intérêt international. En éliminant  $i$  et  $P$  entre (154), (155) et (156), et en supposant  $P^*$  et  $i^*$  constants, on trouve la loi d'évolution du taux de change:

$$M_t = \beta S_t - \alpha \dot{S}_t, \quad (157)$$

avec  $\beta = a_0 P^* - a_1 i^* P^*$  et  $\alpha = a_1 P^*$ .

Rappelons que le taux de change est une variable non prédéterminée, que sa valeur peut sauter en présence d'information nouvelle, mais qu'elle ne peut sauter de manière parfaitement anticipée. Rappelons également que l'équation qui précède s'interprète de la façon suivante: le taux de change d'équilibre à la date  $t$ ,  $S_t$  est d'autant plus déprécié (donc élevé), que la masse monétaire est élevée (donc le rendement d'équilibre des actifs faible) et que les anticipations de dépréciation sont élevées.

Nous pouvons maintenant caractériser la dynamique de cette économie en changes fixes et en changes flexibles.

## 17.1 Les changes fixes

En changes fixes, la politique monétaire est contrainte par la nécessité de défendre la parité,  $S = \bar{S}$ . La banque central s'engage à acheter et à vendre la monnaie nationale à ce taux, et pour ce faire elle utilise ses réserves de change. On supposera pour simplifier que cela n'est possible que tant que  $R > 0$ , c'est à dire qu'il n'est pas possible d'emprunter auprès d'institutions telles que le FMI pour se prémunir contre une attaque spéculative. On verra plus bas qu'une telle facilité d'emprunt est sans effet tant que la politique budgétaire demeure incompatible avec l'objectif de change. En quelque sorte, le modèle peut être interprété comme un fondement pour la conditionalité de l'accès aux facilités de paiement du FMI, qui est assorti d'obligations de réformes structurelles et d'assainissement budgétaire.

Tant que le régime de change fixe est viable, on a donc  $i = i^*$  et la masse monétaire est déterminée par l'objectif de change, puisque d'après (157)  $M = \beta \bar{S}$ . Ainsi, imprimer de la monnaie au-delà de  $\beta \bar{S}$  entraînerait une baisse de  $i$  et une fuite immédiate des capitaux, qui contraindrait la

banque centrale à racheter sa monnaie pour défendre la parité de change, ramenant la masse monétaire vers sa valeur d'équilibre  $\beta\bar{S}$ .

Cependant, la banque centrale injecte par ailleurs de la monnaie dans l'économie, puisqu'elle monétise une quantité croissante de dette publique,

$$D_t = D_0 e^{\mu t}.$$

En conséquence, la masse monétaire étant constante, les réserves de change baissent inéluctablement; chaque achat de dette publique doit être compensée par une baisse équivalente de réserves de change: dès que les taux commencent à baisser suite à ces achats, les investisseurs échangent leur monnaie étrangère contre la monnaie nationale à la parité en vigueur, et les réserves diminuent jusqu'à ce que la masse monétaire soit rétablie à son niveau d'équilibre  $\beta\bar{S}$ . On a donc

$$R_t = \beta\bar{S} - D_0 e^{\mu t}, \quad (158)$$

ce qui implique que le régime de change fixe ne peut pas survivre au-delà de la date où les réserves seraient éliminées, soit

$$t_{\max} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{\beta\bar{S}}{D_0}.$$

Ceci définit la durée maximale du régime de changes fixes, mais nous allons voir que les spéculateurs vont éliminer les réserves de change avant cette date. Pour cela, nous devons calculer l'équilibre de l'économie en changes flexibles.

## 17.2 Les changes flexibles

Un régime de change flexible est un régime où la banque centrale d'intervient plus sur les marchés des changes. Dans le cas qui nous préoccupe, une transition vers les changes flexibles n'aura lieu que s'il n'est plus possible pour la banque centrale de racheter sa propre monnaie, c'est à dire si  $R = 0$ . On a alors  $M = D$  et le taux de change d'équilibre est solution de

$$D_0 e^{\mu t} = \beta S_t - \alpha \dot{S}_t. \quad (159)$$

Mathématiquement, nous sommes confrontés au même problème d'indétermination que dans les modèles de Taylor, Blanchard et Dornbusch. En effet,  $S$  étant une variable non prédéterminée, on peut a priori construire une infinité de solutions en choisissant une valeur initiale de  $S$  arbitraire et en choisissant l'unique trajectoire qui, à partir de ces conditions initiales, satisfait à (159). Cependant, notons que si deux trajectoires,  $S_A$  et  $S_B$ , satisfont à (159), leur différence  $\Delta S = S_A - S_B$  satisfait à  $\Delta S = \frac{\beta}{\alpha} \Delta \dot{S}$ , soit  $\Delta S = Ae^{\beta t/\alpha}$ . Notons également qu'il est naturel de chercher une solution à (159) telle que le taux de change se déprécie au taux de croissance de la masse monétaire, soit  $S_t = S_0 \exp(\mu t)$ . En effet, le long d'un sentier de croissance équilibrée où les taux d'intérêt et le niveau d'activité sont constants,  $M$  et  $P$  devraient croître au même taux d'après (154) et le taux de change réel devrait être constant. Or, il est facile de calculer une telle solution. En substituant la solution hypothétique  $S_t = S_0 \exp(\mu t)$  dans (159), on trouve que l'on a effectivement affaire à une solution si et seulement si  $D_0 = \beta S_0 - \alpha \mu S_0$ . Si  $\beta/\alpha > \mu$ , il existe donc une unique solution compatible avec un sentier de croissance équilibrée, donnée par

$$\begin{aligned} S_t &= \frac{D_0 \exp(\mu t)}{\beta - \alpha \mu} \\ &= \frac{M_t}{\beta - \alpha \mu}. \end{aligned} \tag{160}$$

De plus, toute autre solution diffère de celle-ci d'une composante qui croît à taux  $\beta/\alpha > \mu$ . Ces trajectoires sont donc "hyperinflationnistes" au sens où le niveau des prix (qui d'après (155) croît au même taux que  $S$ ) croît plus vite que la masse monétaire, se sorte que la valeur réelle de celle-ci tend vers zéro. Si l'on élimine la possibilité de telles trajectoires, alors il existe une seule trajectoire d'équilibre du taux de change telle que ce dernier ne croît pas indéfiniment plus vite que la masse monétaire, et cette trajectoire est donnée par (160).<sup>47</sup>

---

<sup>47</sup>Cependant, si  $\beta/\alpha < \mu$ , cette trajectoire n'existe pas puisque  $S$  devrait être négatif, ce qui n'a pas de sens économique. Mais comme tout autre solution diffère de celle-ci par une exponentielle de  $\beta t/\alpha$ , qui devient asymptotiquement négligeable par rapport à

Nous pouvons désormais caractériser la trajectoire d'équilibre à partir du raisonnement suivant:

1. D'après (158), le régime de changes fixe se traduit par une perte de réserves et celui-ci ne peut durer au-delà de  $t_{\max}$ , date à laquelle les réserves seraient épuisées.

2. Une fois les réserves éliminées, l'économie se trouve en changes flexibles, et le taux de change est donné par (160).

3. La transition ne peut être associée à des gains spéculatifs parfaitement prévisibles. Cela implique que la trajectoire de  $S$  est *continue*.

Supposons que la transition vers le régime flexible ait lieu à la date  $t_{\max}$ , c'est à dire celle telle que  $M_t = D_t = \beta\bar{S}$ . D'après (160), immédiatement après l'abandon du régime fixe, le taux de change serait égal à  $S_t = \frac{D_t}{\beta - \alpha\mu} = \frac{\beta}{\beta - \alpha\mu}\bar{S} > \bar{S}$ . Laisser les réserves s'épuiser graduellement conduirait donc à une dépréciation massive du change à l'instant  $t_{\max}$ . Cette dépréciation tient au fait que le régime flexible est plus inflationniste que le régime fixe, puisque la masse monétaire, constante dans ce dernier, y croît à taux  $\mu$ . Cette inflation anticipée se traduit, en vertu de la parité de pouvoir d'achat, par des anticipations de dépréciation future du change, ce qui d'après (157) signifie un taux de change déprécié, à masse monétaire donnée, par rapport au niveau auquel il s'établirait en l'absence d'anticipations d'inflation. C'est la raison pour laquelle, bien que la masse monétaire ne connaisse aucune discontinuité au moment de l'épuisement des réserves, le taux de change (flexible) immédiatement après  $t_{\max}$  est déprécié par rapport à sa valeur antérieure à  $t_{\max}$ . Ceci ne peut constituer un équilibre puisqu'on s'enrichirait à spéculer contre la monnaie juste avant la date de l'épuisement des réserves.

La transition vers le régime de changes flexible doit donc s'effectuer sans aucune discontinuité dans le taux de change. Cela signifie que si  $\tilde{t}$  est la date

---

$\exp(\mu t)$ , toute solution converge vers la solution mathématiquement donnée par (160), ce qui implique que  $S$  devient négatif à partir d'une certaine date. Le modèle n'admet donc pas de solution si  $\beta/\alpha < \mu$ .

de cette transition, on doit avoir d'après (160)

$$S_{\tilde{t}} = \frac{D_0 \exp(\mu \tilde{t})}{\beta - \alpha \mu} = \bar{S}.$$

La masse monétaire immédiatement après  $\tilde{t}$  est donc égale à  $D_0 \exp(\mu \tilde{t}) = (\beta - \alpha \mu) \bar{S}$ , ce qui est strictement inférieur à  $\beta \bar{S}$ , la valeur de  $M$  pendant la période de changes fixes/ Puisque le stock de dette publique  $D_t$  suit une trajectoire continue, cela ne peut se produire que si les réserves,  $R_{\tilde{t}} = \beta \bar{S} - D_0 \exp(\mu \tilde{t}) = \alpha \mu \bar{S}$ , sont brutalement éliminées par les spéculateurs, ce qui n'est possible que si l'attaque se produit antérieurement à la date  $t_{\max}$  d'épuisement graduel des réserves. On peut en effet facilement vérifier que

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= \frac{1}{\mu} \ln \frac{(\beta - \alpha \mu) \bar{S}}{D_0} \\ &= t_{\max} + \ln \frac{\beta - \alpha \mu}{\beta} < t_{\max}. \end{aligned}$$

Il est intéressant d'interpréter la date de l'attaque comme celle à laquelle un taux de change fictif, déterminé par (160) et égal au taux qui prévaudrait si les réserves étaient éliminées instantanément, coïncide avec le taux officiel  $\bar{S}$ . Si l'attaque se produisait avant  $\tilde{t}$ , la contraction monétaire induite par l'élimination des réserves serait si forte que le taux de change *s'apprécierait*. Il n'est donc pas rationnel de participer à une telle attaque. En revanche, si l'attaque se produisait après  $\tilde{t}$ , le taux se déprécierait, ce qui incite les spéculateurs à gagner de l'argent en échangeant la monnaie nationale contre la monnaie étrangère peu avant l'attaque – une attaque postérieure à  $\tilde{t}$  n'est donc pas non plus compatible avec l'équilibre. Ainsi, comme le montre la figure 37, l'attaque se produit dès que le taux de change fictif, qui ne cesse de se déprecier au fur et à mesure que le stock de dette publique augmente, excède la parité officielle  $\bar{S}$ .

### 17.3 Les attaques spéculatives en présence de chocs aléatoires

Le modèle qui précède explique comment l'incohérence entre la politique budgétaire et l'objectif de change engendre une attaque au cours de laque-

Ille les réserves sont éliminées. En revanche, dans la réalité on observe que l'attaque est accompagnée d'une dépréciation massive de la monnaie, et que pendant le régime de changes fixes la valeur de la monnaie nationale est dépréciée sur les marchés à terme par rapport au taux "spot", ce qui reflète des anticipations de dévaluation. Or dans le modèle qui précède, il n'y a pas de chocs et le taux de change reste égal à  $\bar{S}$  de façon parfaitement prévisible pendant toute la durée du régime fixe. S'il y avait des marchés à terme, il n'y aurait donc pas de décote pendant le régime fixe, à moins que le terme ne soit postérieur à la date de l'attaque  $\tilde{t}$ .

Pour rendre notre modèle plus plausible, introduisons des chocs aléatoires sur les dépenses publiques. Le modèle, désormais spécifié en temps discret, s'écrit de la manière suivante:

$$\frac{M_t}{P_t} = a_0 - a_1 i_t \quad (161)$$

$$M_t = R_t + D_t \quad (162)$$

$$D_t = D_{t-1}(1 + \mu + \varepsilon_t) \quad (163)$$

$$P_t = P_t^* S_t \quad (164)$$

$$i_t = i_t^* + \frac{E_t S_{t+1} - S_t}{S_t}.$$

Les seules relations reformulées sont la parité de taux d'intérêt, où le terme de dépréciation anticipée apparaît désormais de manière discrète, et l'équation d'évolution de la dette publique; celle-ci, comme auparavant, croît géométriquement à un taux moyen égal à  $\mu$ , mais le taux de croissance est perturbé par un choc aléatoire  $\varepsilon_t$  dont la moyenne est nulle.

Pour résoudre ce modèle, nous calculons d'abord le taux de change en régime flottant et en l'absence de réserves. Comme précédemment, l'attaque spéculative se produit lorsque ce taux fictif dépasse le taux fixe  $\bar{S}$ . En éliminant  $i$  et  $P$  des équations qui précèdent et en supposant que  $R = 0$ , on obtient l'équivalent en temps discret de (159), soit

$$D_t = (\beta + \alpha)S_t - \alpha E_t S_{t+1}, \quad (165)$$

avec les mêmes définitions de  $\alpha$  et  $\beta$  que précédemment. Cherchons une

solution sous la forme  $S_t = kD_t$ ; puisque d'après (163) on a  $E_t D_{t+1} = (1 + \mu)D_t$ , on a alors  $E_t S_{t+1} = (1 + \mu)kD_t$  et en substituant cette formule ainsi que  $S_t = kD_t$  on trouve  $k = 1/(\beta - \alpha\mu)$ . Donc en changes flexibles,

$$S_t = \frac{D_t}{\beta - \alpha\mu}. \quad (166)$$

En appliquant à (165) le même raisonnement que celui utilisé pour calculer la solution de (159), on montre facilement que toutes les autres solutions diffèrent de celle-ci d'une quantité qui, en espérance mathématique, croît à taux  $\beta/\alpha$ . Si  $\beta/\alpha > \mu$  et si l'on élimine les trajectoires "hyperinflationnistes", on en conclut que (166) donne l'unique valeur d'équilibre du taux de change en régime flexible.

L'attaque spéculative se produit si et seulement si  $S_t > \bar{S}$ , soit  $D_t > (\beta - \alpha\mu)\bar{S}$ , soit encore

$$\varepsilon_t > \frac{(\beta - \alpha\mu)\bar{S}}{D_{t-1}} - (1 + \mu) = \varepsilon_c(D_{t-1}).$$

Le membre de droite de cette équation définit le seuil de déclenchement de l'attaque spéculative à la date  $t$ . C'est à dire la valeur critique du choc de dépenses publiques  $\varepsilon$  au-delà de laquelle l'attaque se produit. On constate que ce seuil est d'autant plus faible, et donc l'attaque d'autant plus probable que

- $\bar{S}$  est faible, c'est à dire plus la parité est surévaluée,
- $D_{t-1}$  est élevé, c'est à dire plus le stock de dette détenue par la banque centrale est élevé (ce qui signifie également que les réserves de change sont faibles),
- $\mu$  est élevé, c'est à dire plus le régime de change flexible est inflationniste, du fait de l'accélération des déficits publics.

La probabilité ex-ante d'une attaque spéculative à la date  $t$  est donnée par  $1 - F(\varepsilon_c(D_{t-1}))$ , où  $F$  est la distribution cumulée de  $\varepsilon$ .

A partir de là, il est facile de calculer la décote sur le marché à terme et de montrer que celle-ci est d'autant plus élevée que  $D_{t-1}$  est élevé. En effet, le taux forward, noté  $S_{Ft}$ , est simplement égal à  $E_t S_{t+1}$ , soit

$$S_{Ft} = F(\varepsilon_c(D_t)) \bar{S} + (1 - F(\varepsilon_c(D_{t-1}))) E_t(S_{t+1} | \varepsilon_t > \varepsilon_c(D_{t-1})).$$

L'espérance mathématique du taux de change à la date  $t + 1$  est en effet égale à la probabilité qu'une attaque n'ait pas lieu, multipliée par la parité officielle, plus la probabilité qu'elle ait lieu, multipliée par l'espérance mathématique du taux de change, conditionnellement à ce qu'une attaque ait lieu.

L'exercice suivant permet de vérifier que cette quantité varie bien dans le sens voulu.

**Exercice** – Soit  $x$  une variable aléatoire réelle, de densité  $f()$  et de densité cumulée  $F()$ . On rappelle que la densité conditionnelle  $f(x | x > a)$  est égale à  $f(x)/(1 - F(a))$  et donc que  $E(x | x > a) = \frac{\int_a^{+\infty} x f(x) dx}{1 - F(a)}$ . Soit  $g(x, z)$  une fonction monotone croissante, de classe C1, en  $x$  et  $z$ .

1. Montrer que l'expression  $\Pr(g(x, z) \leq \bar{g})\bar{g} + \Pr(g(x, z) > \bar{g})E(g(x, z) | g(x, z) > \bar{g})$  est égale à

$$I(z) = F(\bar{x})\bar{g} + \int_{\bar{x}}^{+\infty} g(x, z) f(x) dx,$$

où  $\bar{x}$  est l'unique solution à  $g(\bar{x}, z) = \bar{g}$ .

2. Montrer que  $d\bar{x}/dz < 0$ .

3. Montrer que  $dI/dz = \int_{\bar{x}}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} g(x, z) f(x) dx > 0$

4. En appliquant ce qui précède à  $x = \varepsilon_t$ ,  $z = D_{t-1}$ ,  $g(x, z) = S_t$ , et  $\bar{g} = \bar{S}$ , montrer qu'une hausse de  $D_{t-1}$  réduit le seuil de déclenchement d'une attaque spéculative à la date  $t$ , et augmente  $S_{Ft-1}$ , c'est à dire entraîne une dépréciation du taux de change sur les marchés à terme.

## 18 La trappe à liquidité

Historiquement, la trappe à liquidité est une anomalie pouvant se produire dans le modèle IS-LM. On appelle trappe à liquidité une situation où la demande de monnaie est infiniment élastique au taux d'intérêt, i.e. la courbe LM est localement horizontale. La politique monétaire devient alors inopérante: les agents sont en effet prêts à détenir une quantité arbitraire de liquidité supplémentaire, sans que le taux de rendement des obligations baisse. Cette situation avait été décrite par Keynes comme un argument en faveur de la supériorité de la relance budgétaire sur la relance monétaire.

Avec la stagnation de l'économie japonaise et la crise mondiale de 2008, la trappe à liquidité est redevenue d'actualité. Sous l'effet de la déflation dans le premier cas et de la sévère contraction des économies occidentales dans le second, les taux directeurs des banques centrales sont tombés à zéro. Or, ce taux limite de zéro ("zero lower bound") constitue une trappe à liquidité. Le rendement nominal de la monnaie est par définition égal à zéro; celui des autres actifs ne peut donc pas tomber au-dessous. Si la monnaie a le même rendement que les autres actifs, les agents sont prêts à la détenir non seulement en tant que moyen d'échange, mais aussi comme réserve de valeur. En d'autres termes, ils sont prêts à détenir des encaisses monétaires supplémentaires alors même qu'ils n'ont pas l'intention de les utiliser comme moyen d'échange, mais comme simple instrument d'épargne.

L'approche keynésienne traditionnelle modélise une trappe à liquidité comme une simple portion horizontale de la courbe LM. Elle offre donc peu de lumières sur les conditions sous lesquelles une trappe à liquidité se produit et sur les moyens d'en sortir. Le modèle proposé ici, dû à Krugman, permet de fonder une trappe à liquidité sur le comportement rationnel d'optimisation des agents. Il nous permet aussi de conclure cet ouvrage en présentant un modèle intertemporel simplifié d'équilibre général, facile à interpréter et per-

mettant de familiariser le lecteur avec des recherches plus actuelles...

## 18.1 Le modèle à prix flexibles

On suppose qu'il existe un consommateur représentatif dont l'horizon est infini et la fonction d'utilité est

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t u(C_t),$$

où  $u(\cdot)$  est la fonction d'utilité instantanée, et est dotée de ses propriétés usuelles, et  $\beta$  est le facteur d'escompte psychologique. A chaque instant, cet agent détient des titres dont le rendement nominal entre la date  $t$  et la date  $t + 1$  est noté  $i_t$  et une quantité de monnaie  $M_t$ . Son revenu réel à la date  $t$  est  $Y_t$  et le niveau des prix est noté  $P_t$ . Soit  $B_t$  la valeur des titres détenus par l'agent à la date  $t$ , alors on a nécessairement:

$$B_{t+1} = (1 + i_t)(B_t + P_t(Y_t - C_t) - M_{t+1} + M_t).$$

Cette équation est la *contrainte budgétaire instantanée* de l'agent. Au début de la date  $t$ , il détient des titres pour une valeur égale à  $B_t$ , et achète une quantité supplémentaire de titres égale à la différence entre ses revenus  $P_t Y_t$  et ses dépenses, égales elles-mêmes à la somme des dépenses de consommation  $P_t C_t$  et de la monnaie supplémentaire détenue,  $M_{t+1} - M_t$  (Cette différence peut être négative, auquel cas le consommateur vend des titres). La valeur des titres détenue en fin de période  $t$  est donc égale à  $B_t + P_t(Y_t - C_t) - M_{t+1} + M_t$ . Au début de la période suivante, elle est égale à ce montant, augmenté de l'intérêt perçu.

La monnaie est nécessaire pour effectuer les transactions. On formalise cela en supposant une contrainte de "cash in advance": la valeur des dépenses de consommation à la date  $t$  ne peut excéder la quantité de monnaie détenue en début de période par le consommateur:

$$P_t C_t \leq M_t. \tag{167}$$

Il est pratique de reformuler la contrainte budgétaire instantanée en termes de richesse totale, définie comme  $W_t = B_t + M_t$ . On a alors

$$W_{t+1} = (1 + i_t)(W_t + P_t(Y_t - C_t)) - i_t M_{t+1}.$$

Cette formulation fait clairement apparaître que le coût d'opportunité d'une unité de monnaie détenue à la date  $t + 1$  est égal au taux d'intérêt  $i_t$ . C'est en effet la perte financière associée au fait d'épargner un euro sous forme monétaire plutôt qu'en acquerrant des titres. Dès lors que  $i > 0$ , la contrainte (167) sera satisfaite avec égalité. Si ce n'était pas le cas, le consommateur pourrait accroître sa richesse et donc ses possibilités de consommation future, à consommation courante inchangée, en convertissant les encaisses excédentaires en titres rapportant un intérêt strictement positif.

Du fait de la contrainte cash in advance, augmenter ses dépenses de consommation de 1 euro coûte plus cher que 1 euro: le consommateur doit en effet se procurer 1 euro de plus sous forme de monnaie, ce qui représente un manque à gagner égal à  $i$ . Le coût d'accroître la consommation de 1 euro est donc égal à  $1 + i$ .

### 18.1.1 La condition d'Euler

Le profil intertemporel de consommation optimal est caractérisé par la **condition d'Euler**, qui établit un lien entre consommation présente et consommation future. A l'optimum, le consommateur doit être indifférent aux réallocations marginales de consommation. En conséquence, le profil de consommation doit être suffisamment lisse, faute de quoi on pourrait augmenter son bien-être en réduisant sa consommation aux dates où celle-ci est trop élevée pour l'accroître aux dates où elle est trop faible.

Considérons tout d'abord le cas où il n'y a pas de contrainte budgétaire. Supposons que l'agent réduise sa consommation d'une unité infinitésimale  $dC$  à la date  $t$ , plaçant les économies ainsi réalisées et les utilisant pour accroître sa consommation à la date  $t + 1$ . La perte d'utilité à la date  $t$  est égale à  $\beta^t u'(C_t) dC$ . L'économie réalisée est égale à  $P_t dC$ , qui à la date  $t + 1$  vaut  $(1 +$

$i_t)P_t dC$ . La hausse de consommation à  $t+1$  est donc égale à  $(1+i_t)P_t dC/P_{t+1}$ , ce qui engendre un gain d'utilité égal à  $\beta^{t+1}u'(C_{t+1})(1+i_t)P_t dC/P_{t+1}$ . Le gain d'utilité compense exactement la perte d'utilité, faute de quoi l'on pourrait augmenter son bien être en implémentant soit l'opération que nous venons de décrire (si le gain dépasse la perte), soit l'opération inverse (si la perte excède le gain). On a donc  $\beta^t u'(C_t) dC = \beta^{t+1} u'(C_{t+1})(1+i_t)P_t dC/P_{t+1}$ , ce qui s'écrit aussi

$$u'(C_t) = \beta \frac{P_t}{P_{t+1}} (1+i_t) u'(C_{t+1}).$$

Cette relation s'appelle équation d'Euler et elle nous dit que la consommation croît d'autant plus (donc son utilité marginale baisse d'autant plus) entre  $t$  et  $t+1$  que  $\beta$  est élevé (donc que les agents sont plus patients) et que le taux d'intérêt réel  $r_t = \frac{P_t}{P_{t+1}}(1+i_t) - 1$  est élevé. En effet, plus les agents sont patients, plus ils sont prêts à reporter leur consommation; plus le taux d'intérêt réel est élevé, plus il est intéressant financièrement de le faire.

Dans le modèle qui nous préoccupe, la condition d'Euler prend une forme différente à cause de la contrainte cash-in-advance. En réduisant sa consommation à la date  $t$ , le consommateur n'a plus à détenir les espèces correspondantes  $P_t dC$ . Il peut donc placer cet argent à la date  $t-1$ . Le gain monétaire de réduire sa consommation de  $dC$  à la date  $t$  est donc  $P_t(1+i_{t-1})dC$ . Mais le coût total d'une unité de consommation supplémentaire à  $t+1$  est désormais  $P_{t+1}(1+i_t)$  puisqu'il faut se procurer la monnaie supplémentaire nécessaire pour effectuer la transaction. La hausse totale de la consommation à  $t+1$  permise par notre opération est donc  $P_t(1+i_{t-1})dC/P_{t+1}$ . C'est donc  $i_{t-1}$  qui intervient au lieu de  $i_t$ . La condition d'Euler s'écrit donc ici:

$$u'(C_t) = \beta \frac{P_t}{P_{t+1}} (1+i_{t-1}) u'(C_{t+1}). \quad (168)$$

### 18.1.2 Le bouclage du modèle et l'équilibre stationnaire

On suppose une simple économie d'échange. Le consommateur représentatif est doté d'une quantité exogène de biens  $Y_t$  à la date  $t$ . A l'équilibre on a donc  $C_t = Y_t$ . Il est instructif et commode de caractériser un état stationnaire de

cette économie. Supposons donc  $Y$  et  $M$  constants et cherchons un équilibre où  $P$ ,  $i$  et  $C$  le soient. On a évidemment  $C = Y$  et la condition d'Euler détermine alors le taux d'intérêt réel

$$r = 1/\beta - 1 = i.$$

Ce taux est donc égal au taux de préférence pour le présent, c'est à dire à la quantité  $\rho$  telle que  $\beta = \frac{1}{1+\rho}$ : plus les consommateurs sont impatient, plus leur propension à épargner est faible et plus le taux d'intérêt est réel d'équilibre. Par ailleurs  $P$  étant constant le taux d'intérêt réel coïncide avec le taux nominal, qui est donc positif dès lors que  $\beta < 1$ . Enfin,  $i$  étant strictement positif, (167) est satisfait avec égalité, ce qui permet de calculer le niveau d'équilibre des prix:

$$P = M/Y.$$

### 18.1.3 Les conditions d'émergence d'une trappe à liquidité

On suppose maintenant qu'à partir de la date  $t = 2$ , les variables exogènes  $Y$  et  $M$  ont des valeurs constantes, notées  $Y^*$  et  $M^*$ , et que l'économie se trouve en état stationnaire, les variables endogènes ayant leurs valeurs d'équilibre  $C^* = Y^*$ ,  $P^* = M^*/Y^*$  et  $i^* = 1/\beta - 1$ . A la date  $t = 1$ , les valeurs de  $Y$  et  $M$  sont différentes. Cette représentation permet de différencier le court terme (état de l'économie à  $t = 1$ ) du long terme (équilibre stationnaire à partir de  $t = 2$ ). En notant  $i$  le taux d'intérêt nominal entre la date  $t = 0$  et la date  $t = 1$ , et  $P, C$  les valeurs du niveau des prix et de la consommation à la date  $t = 1$ , la condition d'Euler (168) peut se récrire

$$u'(C) = \beta \frac{P}{P^*} (1 + i) u'(Y^*). \quad (169)$$

Pour calculer l'équilibre du modèle de court terme, il faut noter que  $P$  s'ajuste de sorte que  $C = Y$  et que par ailleurs soit la contrainte de cash in advance est saturée ( $i > 0$ ) auquel cas  $P = M/C = M/Y$ , soit elle ne l'est pas auquel cas  $i = 0$ . Considérons ces deux cas successivement.

**Contrainte de liquidité saturée** Dans le cas où la contrainte de liquidité est saturée, en substituant  $C = Y$  et  $P = M/Y$  dans la condition d'Euler on trouve le taux d'intérêt d'équilibre

$$1 + i = \frac{u'(Y)}{u'(Y^*)} \frac{M^*}{M} \frac{1}{\beta} \frac{Y}{Y^*}. \quad (170)$$

Ce taux nominal correspond au taux d'intérêt réel d'équilibre  $r = u'(Y)/(\beta u'(Y^*)) - 1$  tel que l'épargne soit nulle à  $t = 1$ . On note que lorsque  $M$  augmente,  $i$  diminue. En effet, le niveau des prix  $P$  est plus élevé, ce qui réduit l'inflation anticipée entre  $t = 1$  et  $t = 2$ . Pour obtenir le même taux réel d'équilibre, le taux d'intérêt nominal doit alors être plus faible.

De plus, si

$$\frac{u'(Y)}{u'(Y^*)} \frac{M^*}{M} \frac{1}{\beta} \frac{Y}{Y^*} \leq 1, \quad (171)$$

la condition (170) détermine une valeur de  $i$  négative ou nulle, ce qui n'est pas possible. Pour qu'il existe un équilibre avec  $i > 0$ , il est donc nécessaire que (171) soit violée.

**Trappe à liquidité** Essayons maintenant de construire un équilibre avec trappe à liquidité, soit  $i = 0$ . Puisque les prix sont flexibles, on a toujours  $C = Y$ . Cependant, la contrainte (167) n'est plus satisfaite avec égalité, et ne permet donc plus de déterminer le niveau des prix. Celui-ci est désormais déterminé par (169), soit

$$P = P^* \frac{u'(Y)}{\beta u'(Y^*)} = P^*(1 + r). \quad (172)$$

Le niveau des prix s'ajuste pour que le taux de déflation entre  $t = 1$  et  $t = 2$  soit égal au taux d'intérêt réel d'équilibre. En effet, si le taux nominal est égal à zéro, le taux d'intérêt réel est égal au taux de déflation. Notons également que  $P$  ne dépend pas de  $M$ . Une injection supplémentaire de monnaie est détenue par les agents au même taux d'intérêt  $i = 0$ ; la monnaie supplémentaire n'étant pas utilisée pour effectuer des transactions, cette injection n'a aucun effet sur la demande agrégée et donc sur le niveau d'équilibre des prix.

Ce régime de trappe à liquidité est un équilibre dès lors que le niveau des prix tel que déterminé par (172) est compatible avec le fait que la contrainte de liquidité (167) soit satisfaite, ce qui est équivalent à (171). Nous venons donc de montrer que si (171) est satisfaite, l'unique équilibre est la trappe à liquidité  $i = 0$ , et que dans le cas contraire l'unique équilibre est tel que  $i > 0$ .

La trappe à liquidité est d'autant plus probable que (i) le niveau d'équilibre des prix  $P = M/Y$  est grand par rapport à sa valeur de long terme  $P^* = M^*/Y^*$ , c'est à dire que l'inflation anticipée est faible et (ii) le taux d'intérêt réel d'équilibre  $r = \frac{1}{\beta} \frac{u'(Y)}{u'(Y^*)} - 1$  est faible. La détermination de l'équilibre est décrite sur les figures 38 et 39. La courbe  $i = (1 + r)P^*/P - 1$  est le lieu des combinaisons de taux d'intérêt nominal et de niveau des prix compatibles avec la condition d'Euler des consommateurs (ou, de manière équivalente, compatible avec l'équilibre sur le marché des fonds prêtables). L'équilibre de l'économie à  $t = 1$  est toujours situé sur cette courbe. Un équilibre tel que  $i > 0$  prévaut si le niveau des prix correspondant à une contrainte de liquidité saturée,  $P = M/Y$ , est tel que  $i > 0$  (Figure 38), en d'autres termes si le point A est à gauche du point B, ce qui signifie que ce niveau des prix est plus faible que celui qui prévaudrait si l'on avait  $i = 0$  (ce qui ne peut donc être le cas car la quantité de monnaie ne permettrait alors pas aux agents de financer la quantité de dépenses correspondant au plein emploi des ressources, i.e.  $C = Y$ ). Dans le cas contraire, (Figure 39), le point A est à droite du point B. Cela signifie que si la contrainte de liquidité était saturée, le niveau des prix serait si élevé (relativement à sa valeur future) que l'inflation anticipée est faible voire négative, de sorte que les consommateurs ne sont prêts à consommer la quantité de ressources disponibles  $Y$  qu'à un taux d'intérêt nominal négatif. Cela n'est pas possible; dans une telle situation, dès que  $i$  tombe à zéro, le taux d'intérêt réel reste plus élevé que son niveau d'équilibre; la consommation tend à baisser au-dessous de  $Y$ , ce qui entraîne une baisse de  $P$  et donc une situation de trappe à liquidité où la contrainte (167) n'est plus saturée.

## 18.2 Le modèle avec prix rigides

L'analyse qui précède n'établit aucun lien entre trappe à liquidité et conjoncture, puisque si les prix parfaitement flexible le niveau d'activité est toujours celui de plein emploi. Il est cependant très facile d'introduire des rigidités de prix nominales de court terme. Pour cela, supposons que le niveau des prix  $P$  à la date  $t = 1$  est fixe. A long terme, c'est à dire après  $t = 2$ , les prix sont flexibles, et l'on a donc toujours  $P^* = M^*/Y^*$ ,  $C^* = Y^*$  et  $i^* = 1/\beta - 1$ . Supposons qu'à court terme  $P$  soit plus élevé que son niveau d'équilibre. L'économie est alors "en récession", ce qui se traduit ici par  $C < Y$ .

Sous ces hypothèses, nous pouvons à nouveau distinguer deux régimes.

1. Le régime sans trappe à liquidité ( $i > 0$ ). Dans ce cas, d'après (167), on a

$$C = M/P. \quad (173)$$

La consommation (i.e. le niveau d'activité) est proportionnelle à  $M$ . Le taux d'intérêt nominal est égal à

$$1 + i = \frac{u'(C)}{u'(Y^*)} \frac{P^*}{\beta P}. \quad (174)$$

Ce régime prévaut dès lors que  $i > 0$ , soit

$$\frac{u'(M/P)}{u'(Y^*)} \frac{P^*}{\beta P} > 1. \quad (175)$$

2. Le régime à trappe à liquidité ( $i = 0$ ). Dans ce cas l'on a  $C < M/P$  et (174) détermine le niveau d'activité, soit

$$u'(C) = \frac{\beta P}{P^*} u'(Y).$$

Ce régime prévaut si (175) n'est pas satisfait.

L'équilibre (figure 40) est déterminé dans le plan  $(C, i)$  par l'intersection entre une courbe IS et une courbe LM. La courbe IS, définie par (174) implique que la demande agrégée réelle  $C$  baisse avec le taux nominal  $i$ . En effet, comme dans le modèle IS-LM standard, la hausse de celui-ci entraîne

une hausse égale du taux réel (puisque les prix sont rigides à  $t = 1$  et inchangés dans le futur) et donc une substitution intertemporelle de la consommation au profit de la consommation future (ce phénomène étant exprimé par l'équation d'Euler (174)). La courbe LM est en forme de L inversé et provient de la contrainte (167). Soit celle-ci est saturée et dans ce cas on doit avoir  $C = M/P$ , soit elle ne l'est pas et  $C < M/P$ , mais alors  $i = 0$ .

Sur la figure 40, on a supposé que (175) n'était pas satisfait; l'intersection entre les deux courbes se trouve donc sur la portion horizontale de LM. Une hausse de la masse monétaire  $M$  déplace cette dernière vers la droite, ce qui est sans effet sur le niveau d'activité: la politique monétaire est inopérante en cas de trappe à liquidité. Notons que cette situation est d'autant plus probable que la courbe IS se trouve vers la gauche. Cela signifie qu'une situation de trappe à liquidité est d'autant plus probable que la demande agrégée est faible. Inversement, un déplacement vers la droite de la courbe IS a un effet positif sur  $C$  et s'il est assez fort, permet de sortir l'économie de la trappe à liquidité. D'après (174), il est d'autant plus facile de sortir de la trappe à liquidité que

(i)  $\beta$  est faible, ce qui signifie que les agents, impatient de consommer, épargnent peu,

(ii)  $Y^*$  est élevé, c'est à dire que les perspectives de croissance sont bonnes, ce qui incite également les consommateurs à peu épargner,

(iii)  $P^*$  est élevé, c'est à dire que les anticipations d'inflation sont élevées, ce qui réduit le taux d'intérêt réel à taux nominal donné, augmentant également  $C$ .

Cette dernière propriété constitue un fondement aux politiques dites de "forward guidance". Ces dernières prétendent sortir d'une trappe à liquidité en préannonçant une politique monétaire future plus expansionniste que prévu (donc ici, par exemple, une hausse de  $M^*$ ), dans l'espoir d'altérer à la hausse les anticipations d'inflation. En pratique, ces politiques se heurtent à un problème de crédibilité: une fois l'économie sortie de la trappe à liquidité, il est dans l'intérêt des autorités monétaires de revenir à leur cible d'inflation

précédente.

## Bibliographie

Barro, Robert (1977), "Unanticipated Money Growth and Unemployment in the United States." *American Economic Review* 67 (March 1977): 101-15.

Robert J. Barro, Herschel I. Grossman, "A General Disequilibrium Model of Income and Employment", *The American Economic Review*, Vol. 61, No. 1 (Mar., 1971), pp. 82-93

Barro, Robert and David Gordon (1983), "A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model " *Journal of Political Economy*, Vol. 91, No. 4 (Aug., 1983), pp. 589-610

Baumol, William (1952), "The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 66, No. 4 (Nov., 1952), pp. 545-555

Blanchard Olivier (2000), "What Do We Know about Macroeconomics that Fisher and Wicksell Did Not?" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 115, No. 4 (Nov., 2000), pp. 1375-1409

Friedman, Milton (1968), "The role of monetary policy", *American Economic Review*

Hicks, J. (1937), "Mr. Keynes and the Classics", *Econometrica*

King, Robert G. (2008), "The Phillips Curve and U.S. Macroeconomic Policy: Snapshots, 1958–1996", *Federal Reserve Board of Richmond Economic Quarterly*,—Volume 94, Number 4—Fall 2008—Pages 311–359

Kydland Finn and Edward Prescott (1977), "Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans" *Journal of Political Economy*, Vol. 85, No. 3 (Jun., 1977), pp. 473-492

Lucas, R.E. (1972), "Econometric Testing of the Natural Rate Hypothesis", in R. E. Lucas Jr. (ed.), *Studies in Business-Cycle Theory*. Oxford: Basil Blackwell, 1981, pp. 90-103. Reprinted from Otto Eckstein (ed.) *The Econometrics of Price Determination Conference*.

Lucas, R.E. (1973), "Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs" *The American Economic Review*, Vol. 63, No. 3 (Jun., 1973), pp. 326-334

Lucas, Robert E., Jr. 1976. Econometric policy evaluation: a critique. In *The Phillips curve and labor markets*, ed. K. Brunner and A. H. Meltzer. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1: 19-46. Amsterdam: North-Holland.

Lucas et Sargent (1979), "After Keynesian Macroeconomics", Federal Reserve Board of Minneapolis Quarterly Review

Malinvaud, E. *The Theory of unemployment reconsidered*

Muth, John (1960), "Rational expectations and the theory of price movements", *Econometrica*

Mankiw, N. Gregory (2006), "The macroeconomist as a scientist and engineer", *Journal of Economic Perspectives*, 20, 4, 29-46

Obstfeld, Maurice (1986), "Rational and Self-fulfilling balance of payment crises", *The American Economic Review*, Vol. 76, No. 1 (Mar., 1986), pp. 72-81

Phelps, Edmund S. (1967), "Phillips curves, expectations of inflation, and optimal inflation over time", *Economica* 34: 254-81

Sargent, Thomas (1980), "Rational expectations and the reconstruction of macroeconomics", *Federal Reserve Board of Minneapolis Quarterly Review*

Sargent, T. and N. Wallace (1981), "Some Unpleasant Monetarist Arithmetics", *Federal Reserve Board of Minneapolis Quarterly Review*

Woodford, Michael (1999), "Revolution and Evolution in 20th century macroeconomics", working paper, Princeton.

\*

+\*

-457

38+

Rogoff, K. (1985) "The Optimal Degree of Commitment to an Intermediate Monetary Target " *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, No. 4 (Nov., 1985), pp. 1169-1189

Cukierman, A. and S. Webb (1995) "Political influence on the central bank: international evidence", Working paper, Chicago Booth Business School

Nordhaus, William (1975), "The Political Business Cycle", *The Review of Economic Studies*, Vol. 42, No. 2 (Apr., 1975), pp. 169-190

Alesina, Alberto (1988), "Macroeconomic Policy in a Two-Party System as a Repeated Game" *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 102, No. 3 (Aug., 1987), pp. 651-678

Alesina, Alberto and Nouriel Roubini (1992), "Political Cycles in OECD Economies", *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, No. 4 (Oct., 1992), pp. 663-688

Persson Torsten, Lars E. O. Svensson (1989), "Why a Stubborn Conservative would Run a Deficit: Policy with Time- Inconsistent Preferences", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 104, No. 2 (May, 1989), pp. 325-345

Dixit Avinash K . and Joseph E. Stiglitz, (1977), "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", *American Economic Review*, Vol. 67, No. 3 pp. 297-308

Weitzman, Martin (1985), "The Simple Macroeconomics of Profit Sharing" *American Economic Review*. December.

Blanchard, Olivier Jean and Nobuhiro Kiyotaki, "Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand", *American Economic Review*, Vol. 77, No. 4 (Sep., 1987), pp. 647-666

Taylor John B. (1979), "Staggered wage setting in a macro model", *American Economic Review* , Vol. 69, No. 2, 108-113

Ball, L;, N.G. Mankiw and D. Romer (1988), "The New Keynesian Economics and the Output-Inflation Trade-off", *Brookings Papers on Economic Activity*

J. Bradord De Long and Lawrence H. Summers, "Is Increased Price Flexibility Stabilizing?" *The American Economic Review* , Vol. 76, No. 5 (Dec., 1986), pp. 1031-1044

Cagan, Philip (1956), "The Monetary Dynamics of Hyperinflation," in Ch. 2 of *Studies in the Quantity Theory of Money*, ed. by M. Friedman. Chicago: The University of Chicago Press, 1956.

Sargent, Thomas (1981), "The end of four big inflations", Minneapolis

Fed

Thomas J. Sargent, Neil Wallace (1973), "The Stability of Models of Money and Growth with Perfect Foresight " *Econometrica*, Vol. 41, No. 6 (Nov., 1973), pp. 1043-1048

Olivier J. Blanchard (1981), "Output, the Stock Market, and Interest Rates", *The American Economic Review*, Vol. 71, No. 1 (Mar., 1981), pp. 132-143

Dornbusch, R. (1976), "Expectations and exchange rate dynamics", *Journal of Political Economy*

Krugman, Paul (1979), "A Model of Balance-of-Payments Crises", *Journal of Money, Credit and Banking* , Vol. 11, No. 3 (Aug., 1979), pp. 311-325

Flood, Robert and Peter M. Garber, " Collapsing exchange-rate regimes: Some linear examples", *Journal of International Economics*, Volume 17, Issues 1-2, August 1984, Pages 1-13

Krugman, Paul, "It's Baack: Japan's slump and the return of the Liquidity trap", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1998

Hoffman, Dennis et Robert H. Rasche (1991), "Long-run Income and Interest Elasticities of Money Demand in the United States", *Review of Economics and Statistics*

## 19 RAPPELS MATHÉMATIQUES

### 19.1 Dérivées

Dans cette section, nous rappelons brièvement les notations et les principaux résultats mathématiques utilisés dans ce manuel. On suppose le lecteur familier avec les notions d'analyse de niveau secondaire (dérivée, intégrale, et règles de calcul correspondantes, définition des fonctions log et exponentielle, limites, etc.)

La dérivée d'une fonction de la variable réelle  $f()$  en  $x$  est notée  $f'(x)$ . Si  $f(x)$  est une variable nommée  $y$ ,  $f'(x)$  est aussi notée  $dy/dx$ .

Si  $f(x_1, \dots, x_n)$  est une fonction de plusieurs variable, alors sa dérivée partielle par rapport à  $x_i$ , si elle existe, est définie comme  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i+h, \dots) - f(x_1, \dots, x_n)}{h}$  et on la note indifféremment  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  ou  $f_i$ . Si les  $x_i$  sont eux-mêmes des fonctions d'un paramètre  $\lambda$  quelconque,  $x_i = g_i(\lambda)$ , alors on peut écrire  $y = f(x_1, \dots, x_n)$  comme fonction de  $\lambda$ ,  $y = h(\lambda)$ , et l'on a

$$\frac{dy}{d\lambda} = h'(\lambda) = \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{d\lambda} = \sum_i f_i g'_i. \quad (176)$$

Si  $y = f(x)$ , alors l'élasticité de  $y$  par rapport à  $x$  est définie par

$$\eta_{yx} = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{d \ln y}{d \ln x} = \frac{x f'(x)}{f(x)}.$$

De même, si  $y$  est une fonction de plusieurs variables,  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ , alors l'élasticité de  $y$  par rapport à  $x_i$  est  $\frac{x_i}{y} \frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{x_i f_i}{y}$ .

L'élasticité exprime l'effet *relatif* d'une variable sur une autre. Ainsi, si  $Y$  est le PIB et  $G$  les dépenses publiques, le multiplicateur keynésien  $\partial Y / \partial G$  est l'effet d'un euro supplémentaire de dépenses publiques que le PIB en euro, tandis que l'élasticité  $\eta_{YG}$  est l'effet d'une hausse des dépenses publiques de 1 % sur le PIB, exprimée en points de pourcentage de PIB. Par exemple, si  $G/Y = 0.5$ , une hausse de  $G$  de 1 point de PIB augmente  $Y$  de  $2\eta_{YG}$  points de PIB.

Si une relation entre variables économiques est exprimée sous une forme log-linéaire,

$$y = \sum a_i x_i,$$

avec  $y = \ln Y$  et  $x_i = \ln X_i$ , alors par construction  $a_i = \eta_{Y X_i}$ .

## 19.2 Optimisation

Pour qu'un  $n$ -uplet  $(x_1, \dots, x_n)$  soit un maximum intérieur d'une  $f(x_1, \dots, x_n)$ , il est nécessaire que  $f_i(x_1, \dots, x_n) = 0$  pour tout  $i$ .

## 19.3 Quelques rappels de microéconomie

Soit un consommateur qui maximise une fonction d'utilité  $u(c_1, c_2)$  sous la contrainte budgétaire

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = R, \quad (177)$$

où  $p_i$  est le prix du bien  $i$ ,  $c_i$  la consommation de bien  $i$  et  $R$  le revenu. Alors on a  $c_2 = (R - p_1 c_1)/p_2$  et l'on peut réécrire  $u$  comme fonction de  $c_1$  seulement (les prix et le revenu étant traités comme paramètres):

$$V(c_1) \equiv u(c_1, (R - p_1 c_1)/p_2).$$

Le formule (176) nous permet alors de calculer  $V'$

$$V'(c_1) = u_1 - u_2 \frac{p_1}{p_2}.$$

A l'optimum, le ratio  $u_1/u_2$  (appelé taux marginal de substitution) doit donc être égal au rapport des prix:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (178)$$

La fonction  $u$  est homothétique si  $u_1/u_2$  ne dépend que de  $c_1/c_2$  et pas du niveau de ces variables. Si c'est le cas, il existe une unique valeur de ce ratio qui satisfait à (178):

$$\frac{c_1}{c_2} = k \left( \frac{p_1}{p_2} \right). \quad (179)$$

En particulier, une hausse du revenu  $R$  n'affecte pas la relation précédente. Elle se traduit donc par une hausse proportionnelle de  $c_1$  et de  $c_2$ , leur ratio étant inchangé. En effet, c'est la seule solution qui satisfait simultanément à (179) et (177).

## 19.4 Probabilités, variables aléatoires

Une variable aléatoire  $X$  est une quantité réelle tirée au hasard selon une loi de probabilité donnée. Cette loi est représentée par la distribution cumulée, qui est une fonction  $F : S \rightarrow [0, 1]$ , où  $S \subset \mathbb{R}$  est le domaine de  $X$ , c'est à dire l'ensemble des valeurs possibles pour le nombre qu'on peut tirer. Cela signifie que la probabilité pour que la réalisation de  $X$ , i.e. le nombre tiré, soit inférieur ou égal à  $x$ , est égale à  $F(x)$  :

$$\Pr(X \leq x) = F(x).$$

Par exemple, si  $X = 0$  avec 50 % de chances et  $X = 1$  avec 50 % de chances, alors

$$F(x) = 0, \quad x < 0$$

$$F(x) = 0.5, \quad 0 \leq x < 1$$

$$F(x) = 1, \quad x \geq 1.$$

$F$  est clairement croissante en  $x$ , il est naturel de l'étendre sur  $\mathbb{R}$  tout entier et alors on peut écrire

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} F &= 0, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} F &= 1. \end{aligned}$$

Si  $F$  est dérivable, alors  $f = F'$  est la *densité* de probabilité de la variable  $X$ . Intuitivement, plus  $f(x)$  est grand, plus il y a de chances que la réalisation de  $X$  se trouve au voisinage de  $x$ . Inversement, on a

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du,$$

d'où en particulier  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)du = 1$ . La probabilité que  $x_0 < X \leq x_1$  est égale à

$$\Pr(X \leq x_1) - \Pr(x \leq x_0) = F(x_1) - F(x_0) = \int_{x_0}^{x_1} f(u)du.$$

En posant  $x_0 = x$  et  $x_1 = x + dx$ , on trouve que pour  $dx$  petit,

$$\Pr(x < X \leq x + dx) = f(x)dx.$$

La moyenne ou espérance mathématique de  $X$  est

$$E(X) = \int xf(x)dx,$$

c'est à dire la moyenne des réalisations possibles de  $X$  pondérée par leur densité<sup>48</sup>.

On peut montrer que  $E(\lambda X) = \lambda E(X)$  en considérant la variable  $Y = \lambda X$ . Soit  $x$  une réalisation de  $X$  et  $y$  la valeur correspondante de  $Y$ . Clairement,  $z \in [y, y + dy]$  ssi  $z/\lambda \in [y/\lambda, y/\lambda + dy/\lambda]$ . La densité de  $Y$  est donc  $f(y/\lambda)/\lambda$  et  $E(Y) = \int yf(y/\lambda)dy/\lambda = \int \lambda x f(x)dx = \lambda E(X)$ . Plus simplement, on peut faire l'économie de ce changement de variable et supposer qu'à chaque tirage de  $X$ ,  $x$ , correspond une valeur  $\lambda x$  de  $\lambda X$ ; la moyenne pondérée des valeurs de  $\lambda X$  est donc  $\int \lambda x f(x)dx$ .

La variance de  $X$  est

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= E(X^2) - E(X)^2. \\ &= \int x^2 f(x)dx - \left(\int x f(x)dx\right)^2. \end{aligned}$$

---

<sup>48</sup>Si  $S \subset [a, b]$ , en intégrant par parties, on obtient une formule plus générale qui s'applique également au cas où  $X$  a des points de masse:

$$E(X) = b - \int_a^b F(x)dx.$$

Si par exemple  $X = \alpha$  avec probabilité  $\theta$  et  $X = \beta$  avec probabilité  $1 - \theta$ , alors cette formule nous donne pour  $a < \alpha < \beta < b$ :

$$b - [(b - \beta) + \theta(\beta - \alpha)] = \theta\alpha + (1 - \theta)\beta.$$

On note qu'on a aussi  $Var(X) = E(X - E(X))^2$ . En effet,  $E(X - E(X))^2 = E(X^2 - 2XE(X) + E(X)^2) = E(X^2) - 2E(X)E(X) + E(X)^2 = E(X^2) - E(X)^2 = Var(X)$ .

Une variable aléatoire peut être un vecteur de  $\mathbb{R}^n$ , ce qui signifie que  $n$  quantités sont tirées simultanément. Limitons nous ici au cas  $n = 2$ , ce qui correspond au tirage de deux variables réelles  $X$  et  $Y$ . La distribution cumulée est alors définie comme

$$\Pr(X \leq x, Y \leq y) = F(x, y).$$

La densité  $f(x, y)$  est telle que pour tout  $S \subset \mathbb{R}^2$ ,

$$\Pr((X, Y) \in S) = \int \int_S f(x, y) dx dy. \quad (180)$$

On peut alors traiter chaque variable séparément. Ainsi, la densité (dite "marginale") de  $x$  est égale à

$$\tilde{f}(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\Pr(x < X \leq x + dx)}{dx}.$$

Or d'après (180), pour  $dx$  faible,

$$\Pr(x < X \leq x + dx) \approx dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy.$$

Donc

$$\tilde{f} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy.$$

L'espérance de  $X$  est égale à

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \tilde{f}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, y) dx dy.$$

ON a donc  $E(X + Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x + y) f(x, y) dx dy = E(X) + E(Y)$ .

La *distribution conditionnelle* de  $x$  est la loi de probabilité de  $x$  conditionnellement à l'hypothèse que le tirage de  $Y$  appartienne à un ensemble  $T \subset R$  :

$$\Pr(X \in S \mid Y \in T) = \frac{\Pr((X, Y) \in S \times T)}{\Pr(Y \in T)}.$$

En particulier, la densité conditionnelle de  $X$  conditionnellement à une réalisation  $y$  de  $Y$  est

$$f(x | y) = \frac{1}{dx} \frac{\Pr(x \leq X \leq x + dx \wedge y \leq Y \leq y + dy)}{\Pr(y \leq Y \leq y + dy)} = \frac{f(x, y)}{\tilde{g}(y)},$$

où  $\tilde{g}(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx$  est la densité marginale de  $y$ .

Les deux variables sont *indépendantes* si

$$f(x, y) = \tilde{f}(x)\tilde{g}(y).$$

Dans ce cas, la distribution conditionnelle de l'une ne dépend pas de la réalisation de l'autre, i.e.  $f(x | y) = \tilde{f}(x)$ .

La *covariance* de deux variables  $X$  et  $Y$  est

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E(XY) - E(X)E(Y) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xyf(x, y) dx dy - \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x, y) dx dy \right] \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} yf(x, y) dx dy \right] \end{aligned}$$

On a  $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X, Y)$ .

Si  $X$  et  $Y$  sont indépendants, on a

$$\begin{aligned} E(XY) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy\tilde{f}(x)\tilde{g}(y) dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} x\tilde{f}(x) \left( \int_{-\infty}^{+\infty} y\tilde{g}(y) dy \right) dx \\ &= \left( \int_{-\infty}^{+\infty} x\tilde{f}(x) dx \right) \left( \int_{-\infty}^{+\infty} y\tilde{g}(y) dy \right) = E(X)E(Y), \end{aligned}$$

d'où  $Cov(X, Y) = 0$ .

Une distribution communément usitée est la distribution normale, ou encore gaussienne:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}.$$

Sa moyenne est  $m$  et sa variance  $\sigma^2$ .

Figure 1: Le diagramme IS-LM

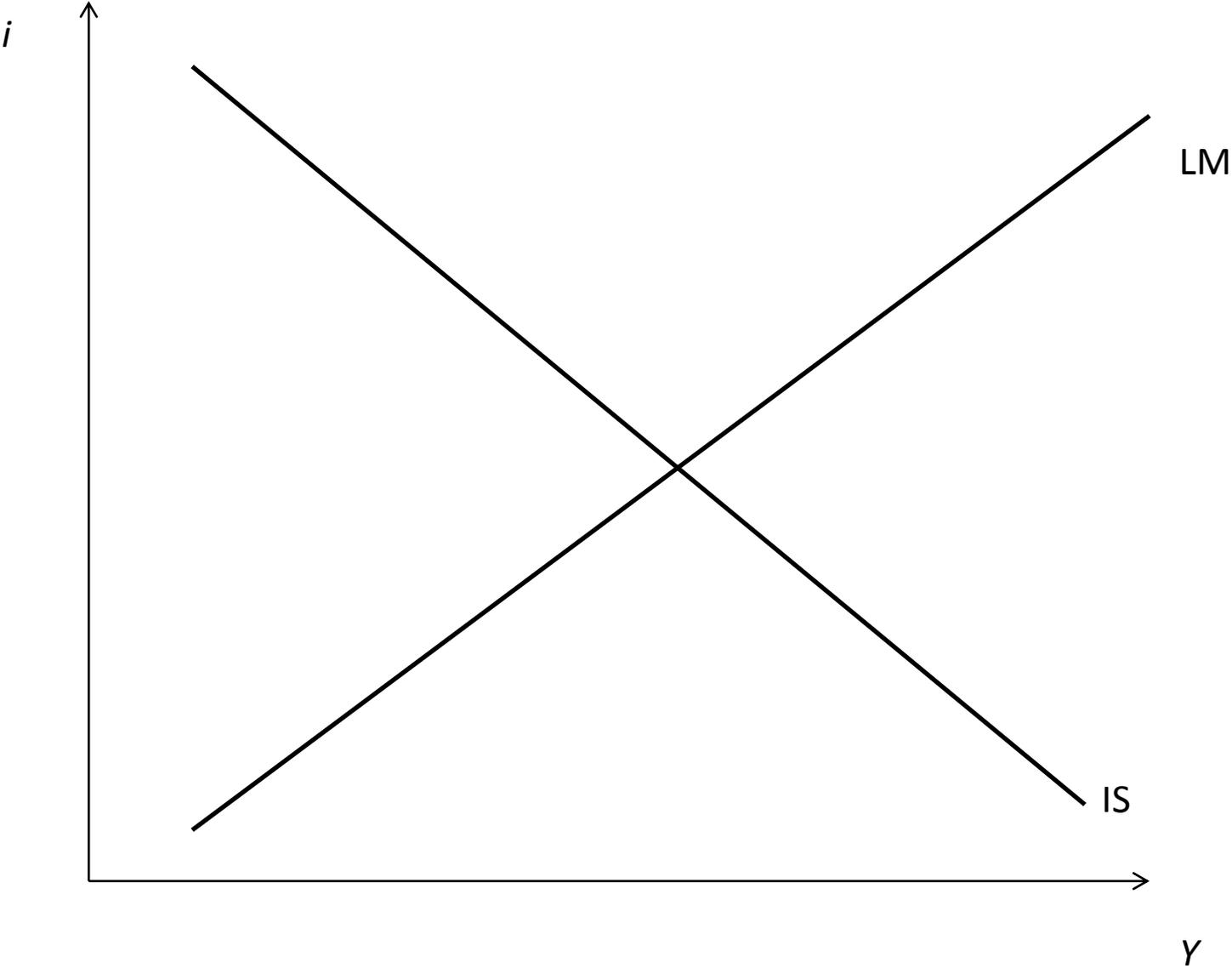


Figure 2: Impact d'une hausse des dépenses publiques

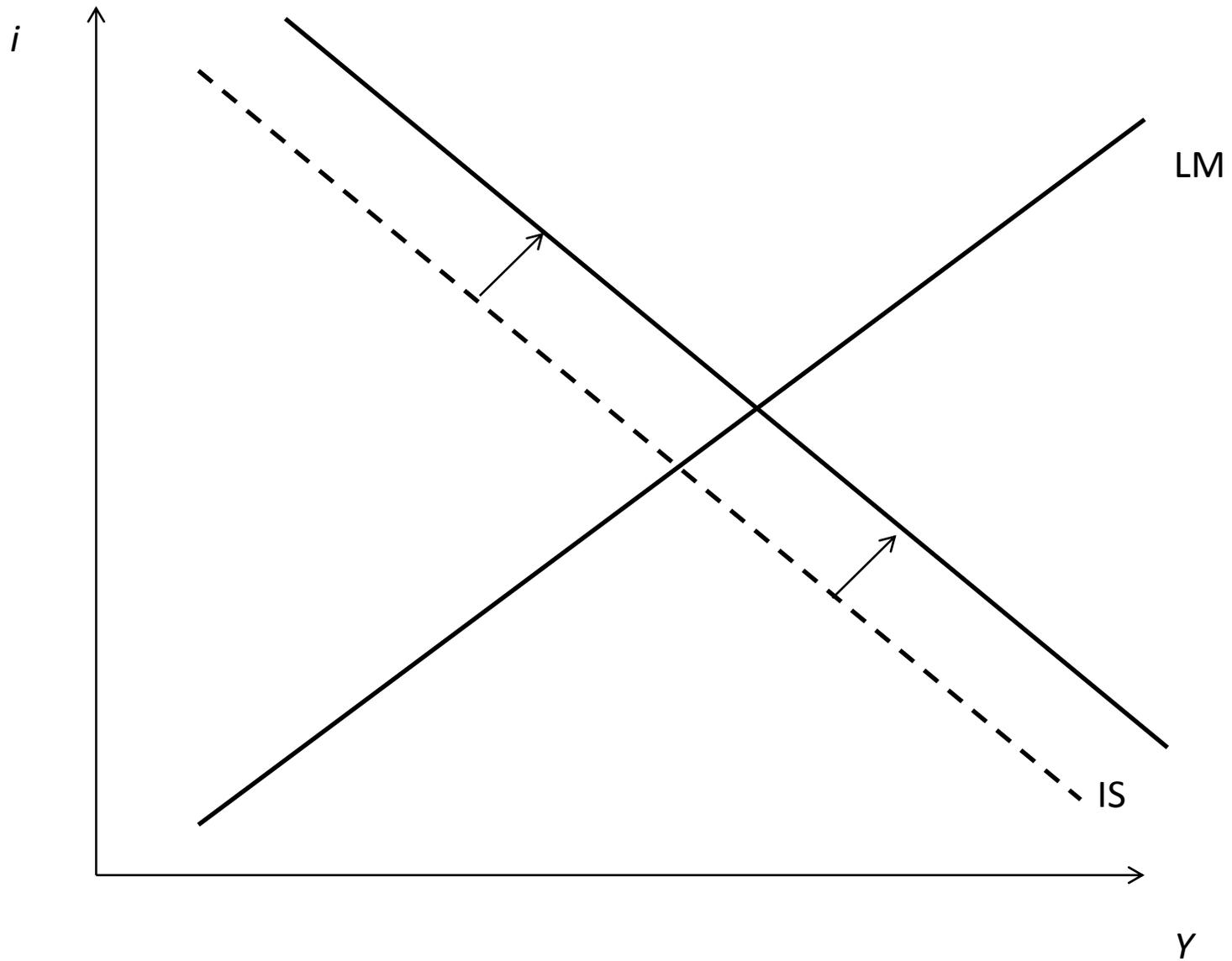


Figure 3: Le cas de la trappe à liquidité

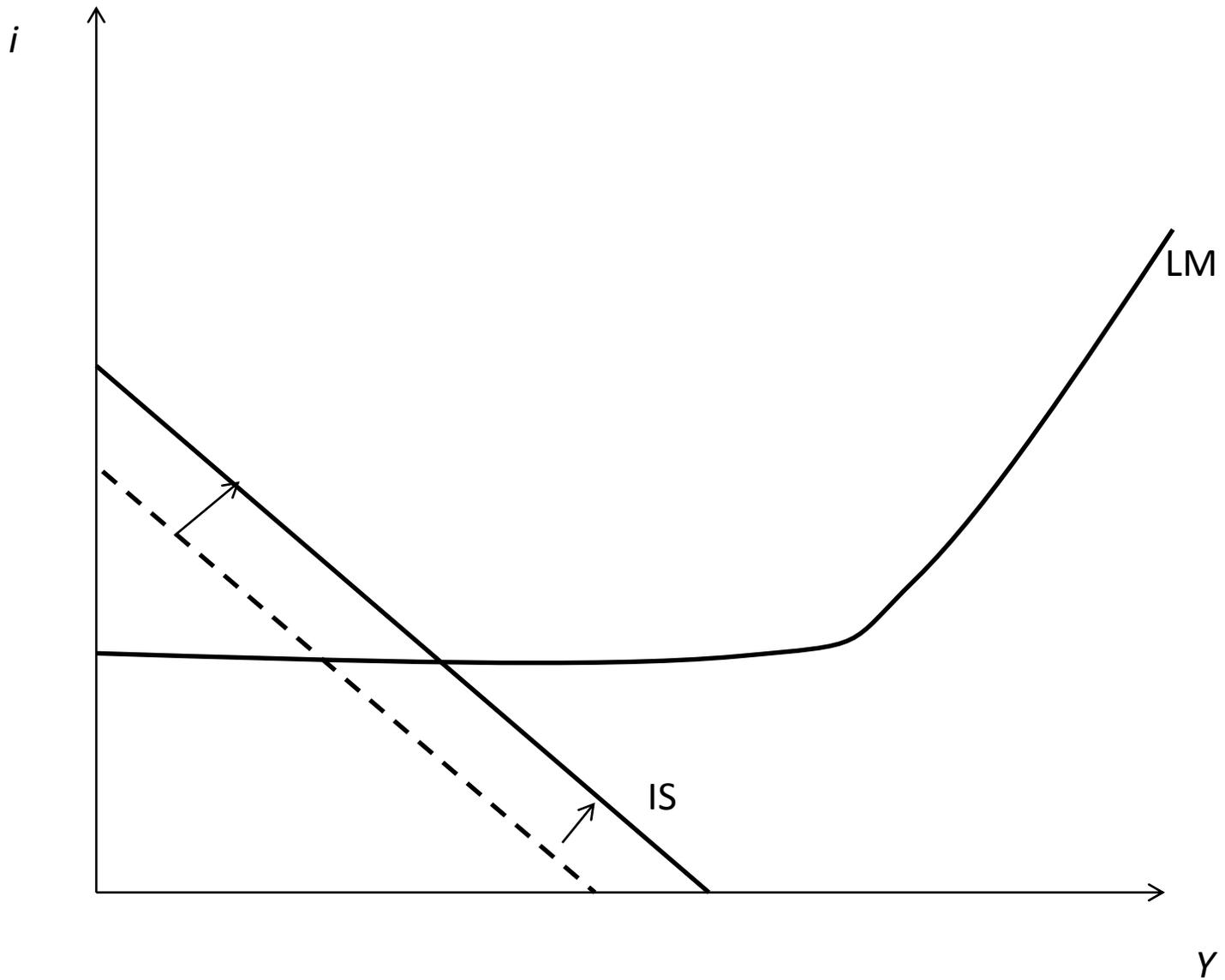


Figure 4: Le cas de la théorie quantitative de la monnaie

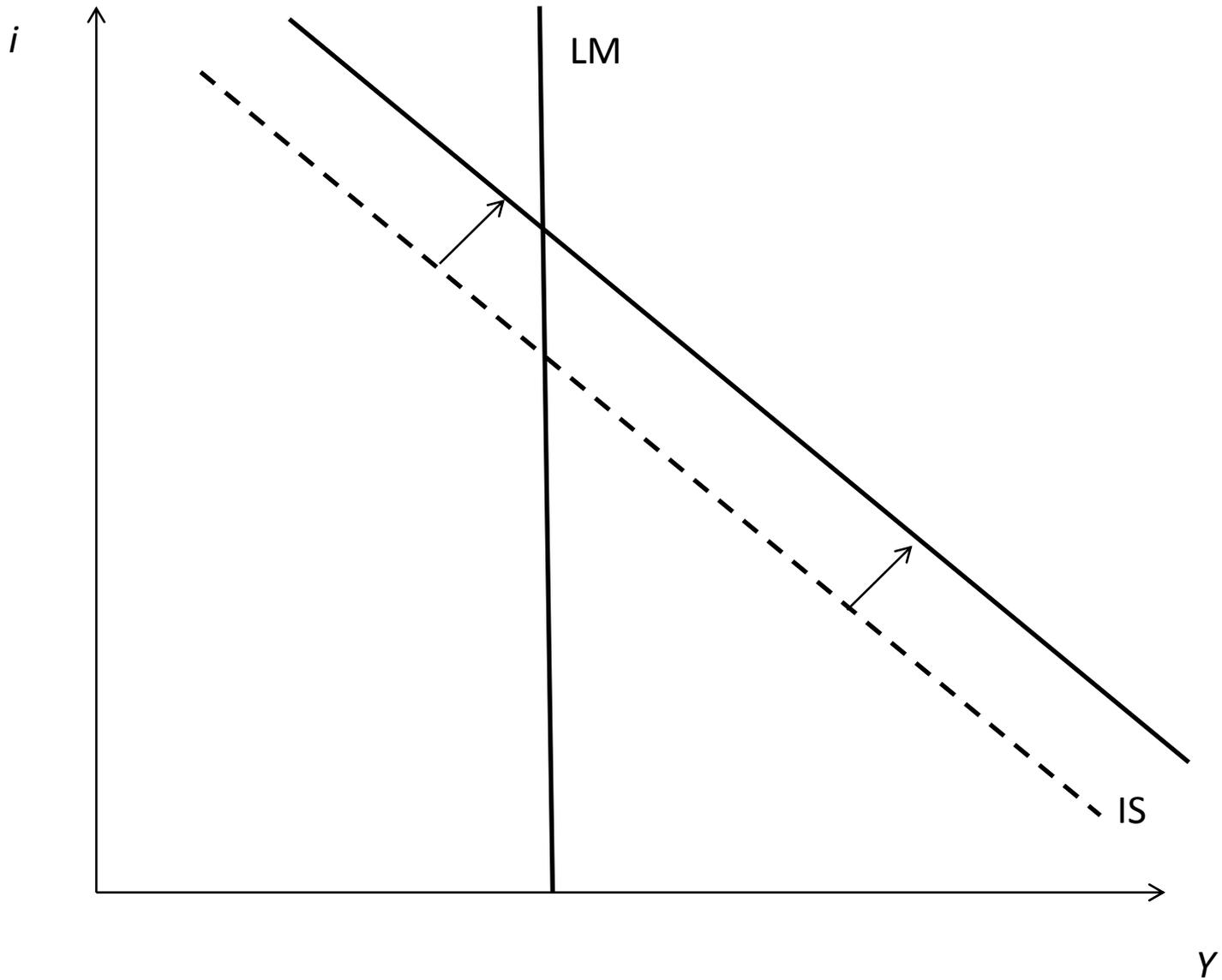


Figure 5: Impact d'une hausse de la masse monétaire

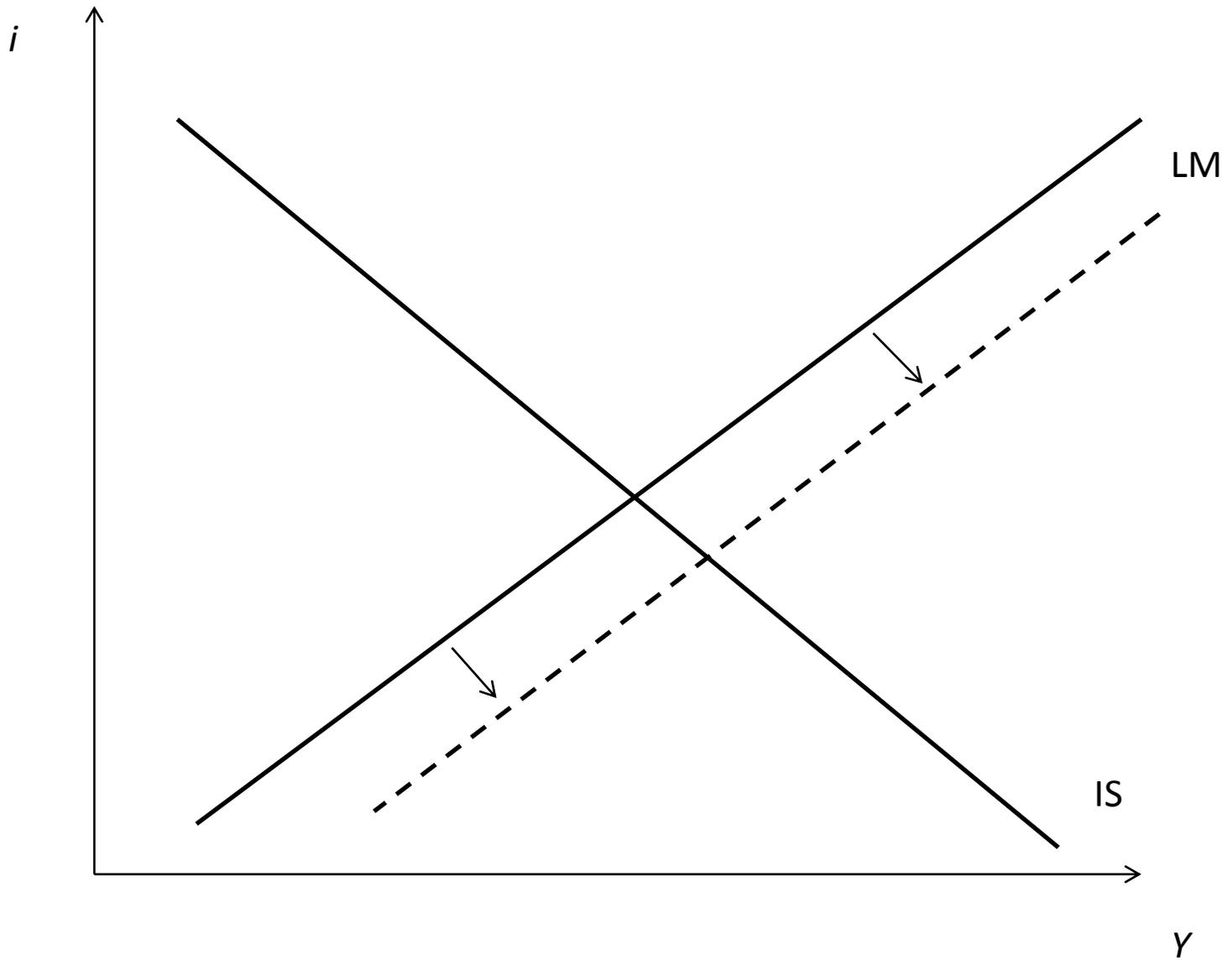


Figure 6: Le diagramme AS-AD

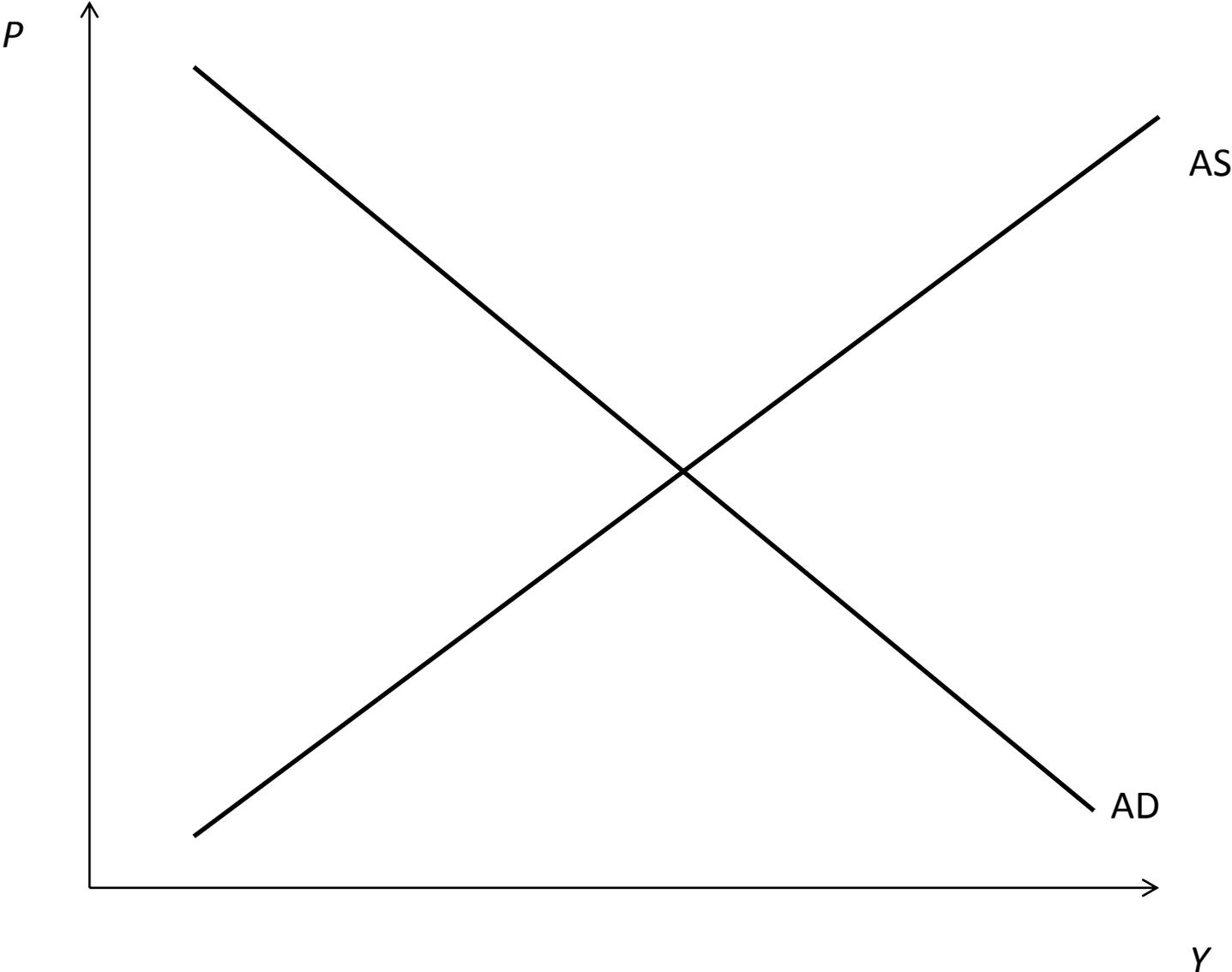


Figure 7: Impact d'un choc d'offre

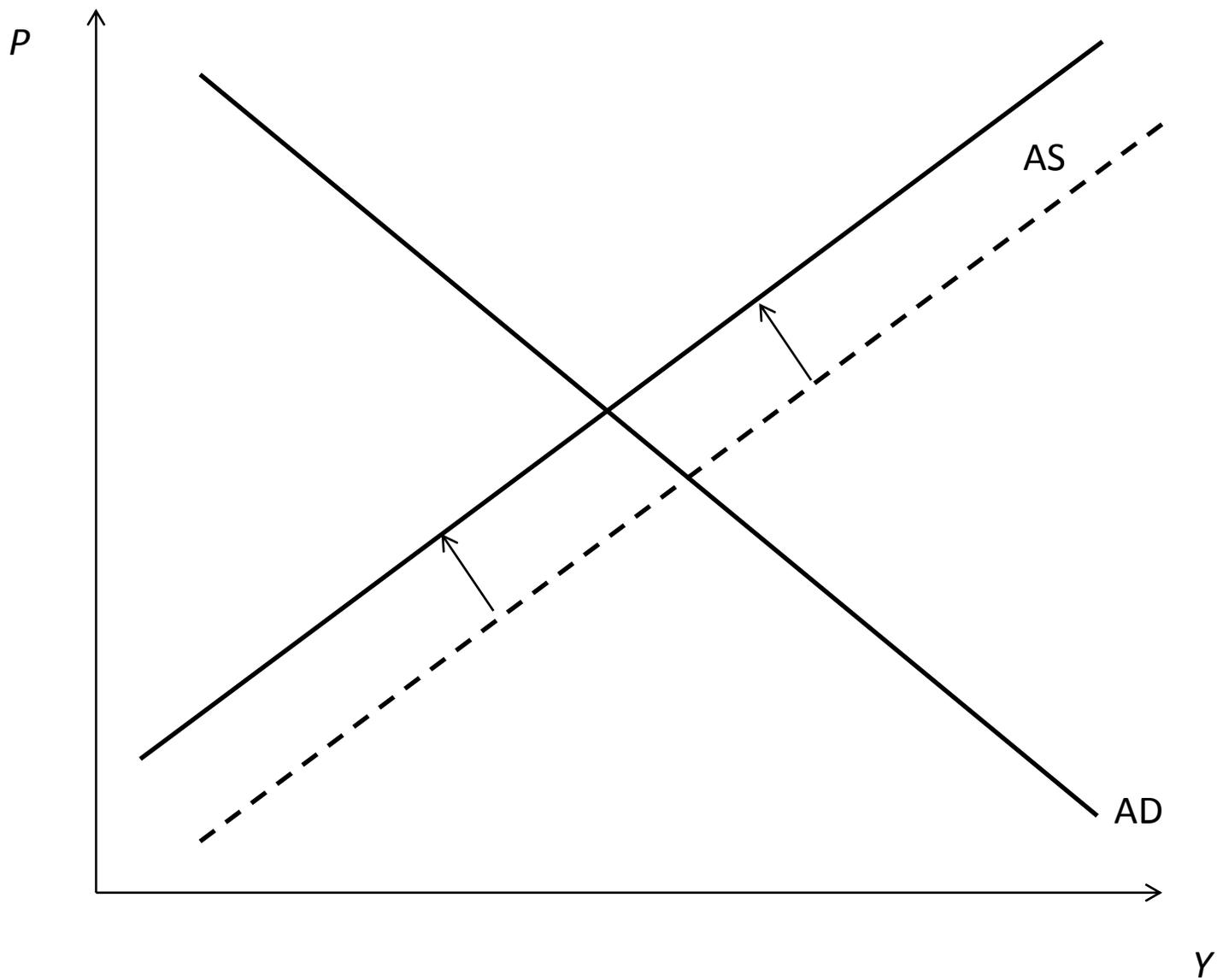


Figure 8: Le modèle "classique"

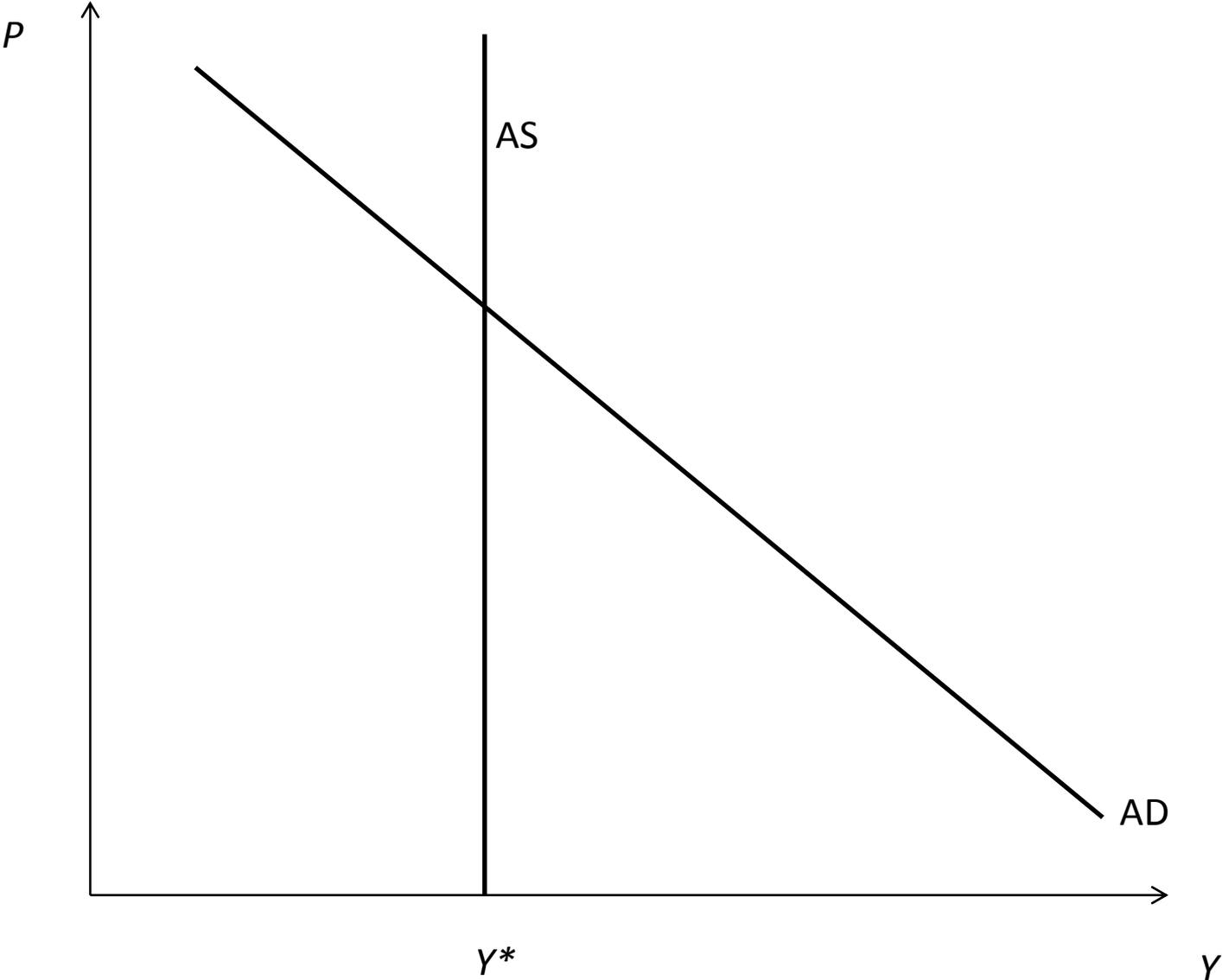


Figure 9: Effet à court et long terme d'un choc de demande

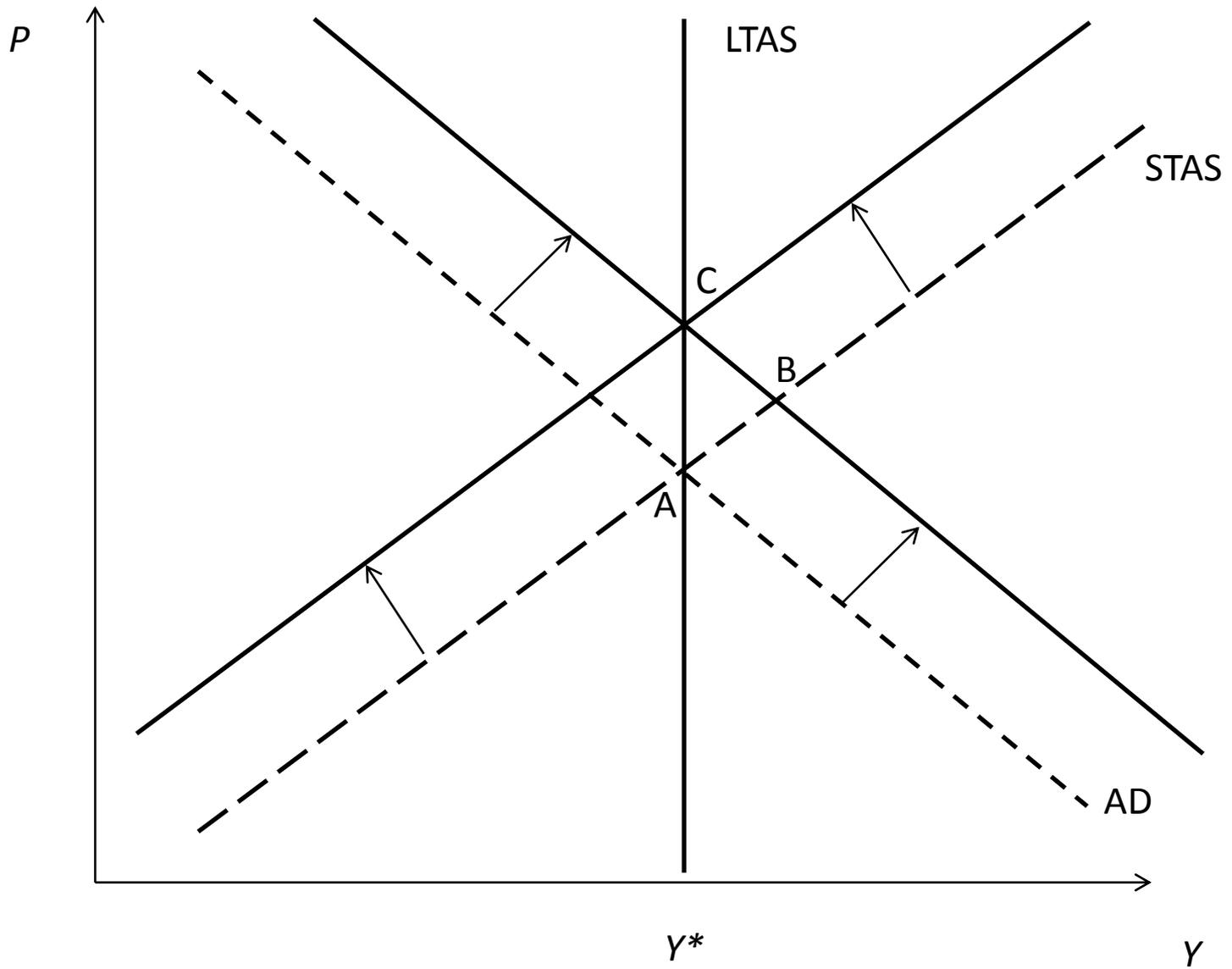


Figure 10: La conception traditionnelle de la politique économique

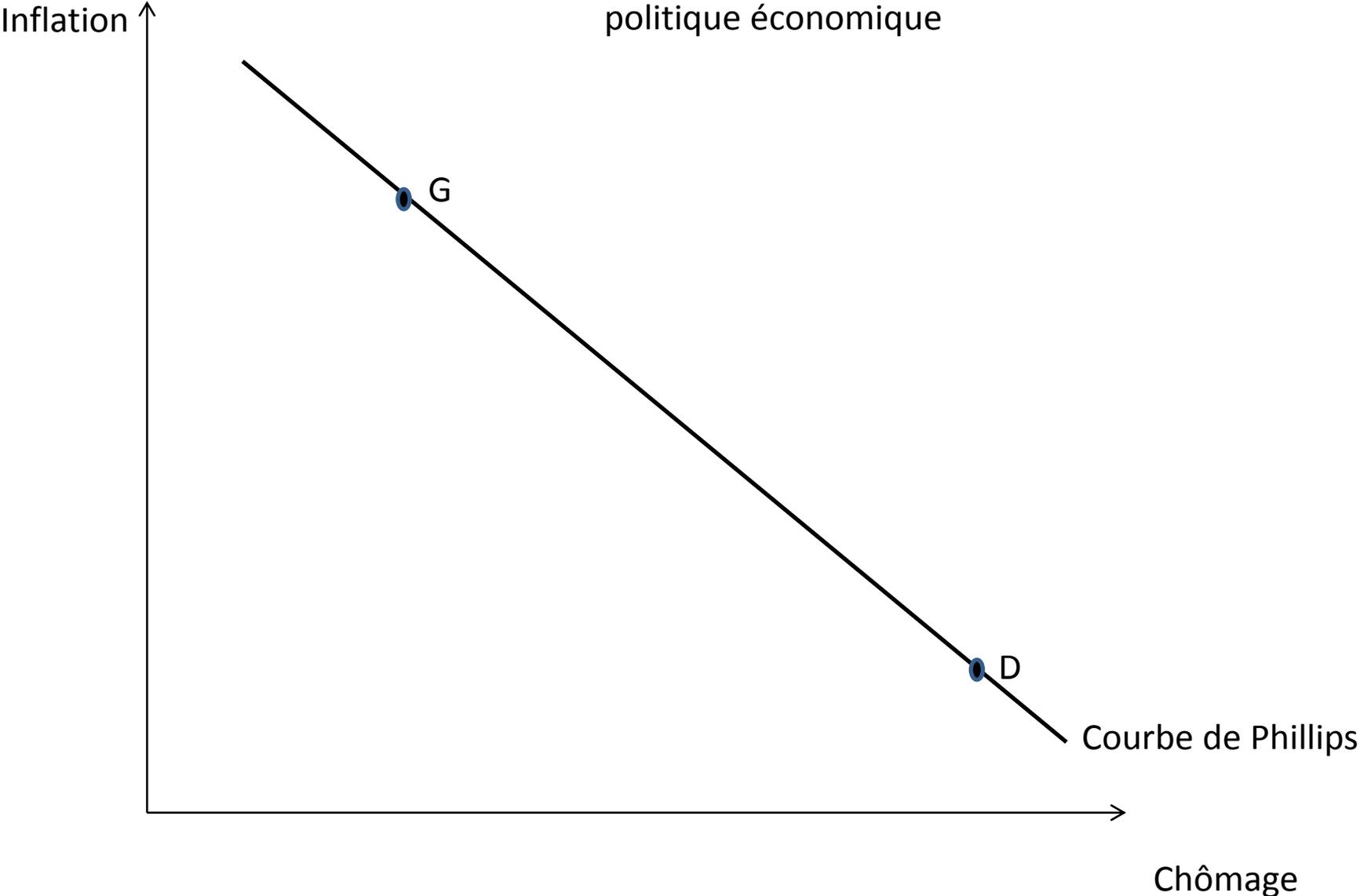


Figure 11: Réponse du revenu à un choc dans un processus AR1

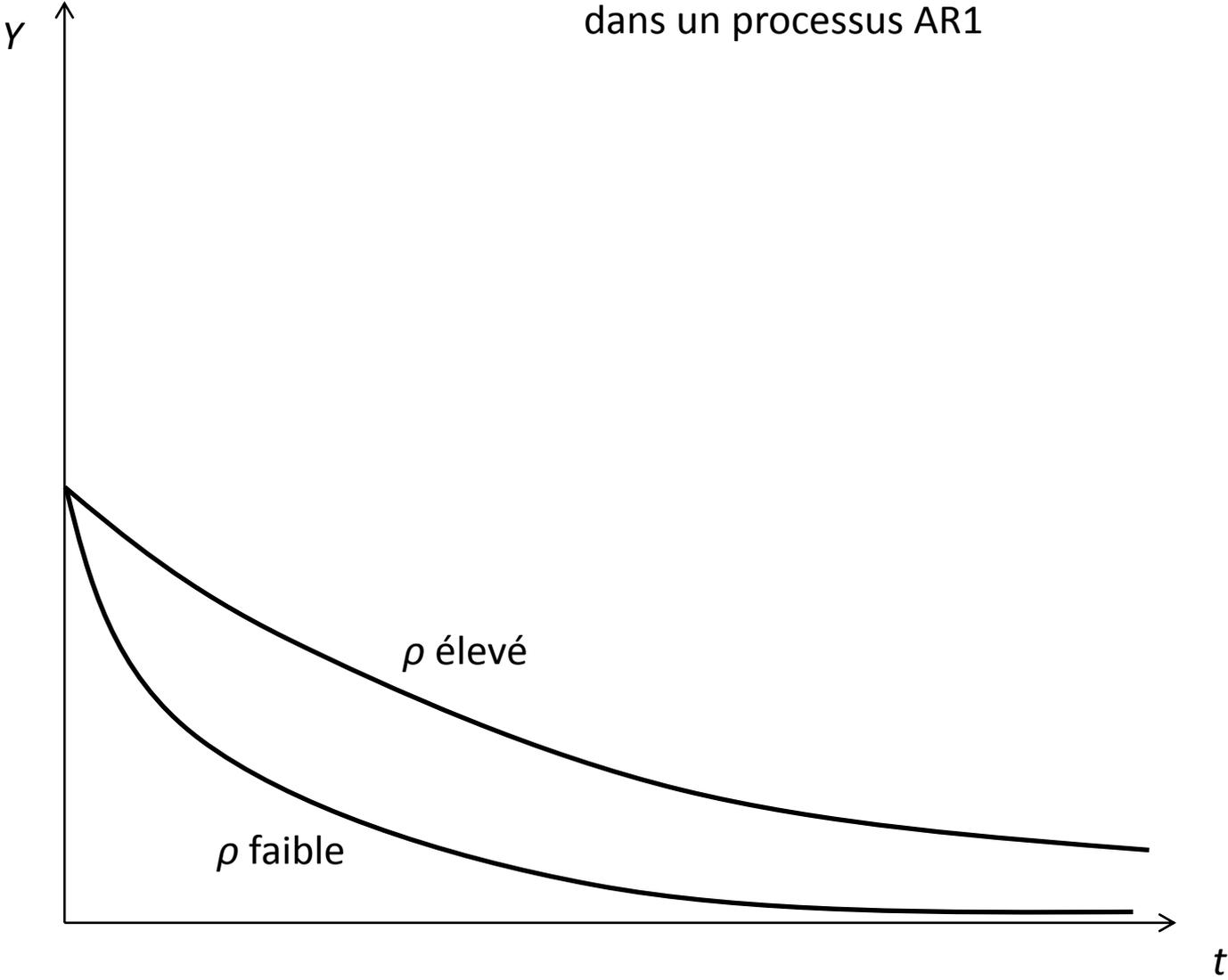


Figure 12: Evolution des encaisses dans le modèle de Baumol-Tobin

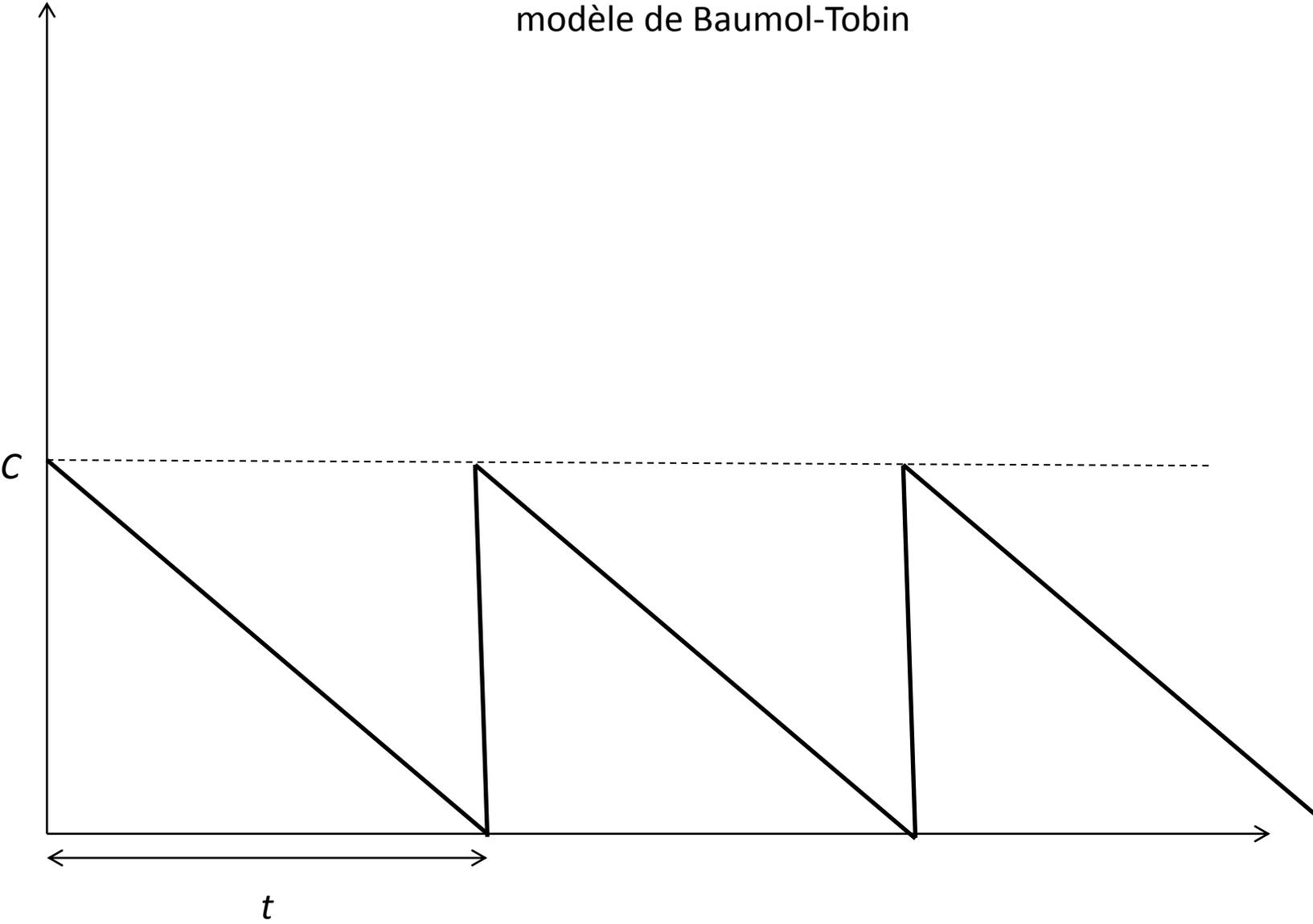


Figure 13: Détermination du régime en prix fixes

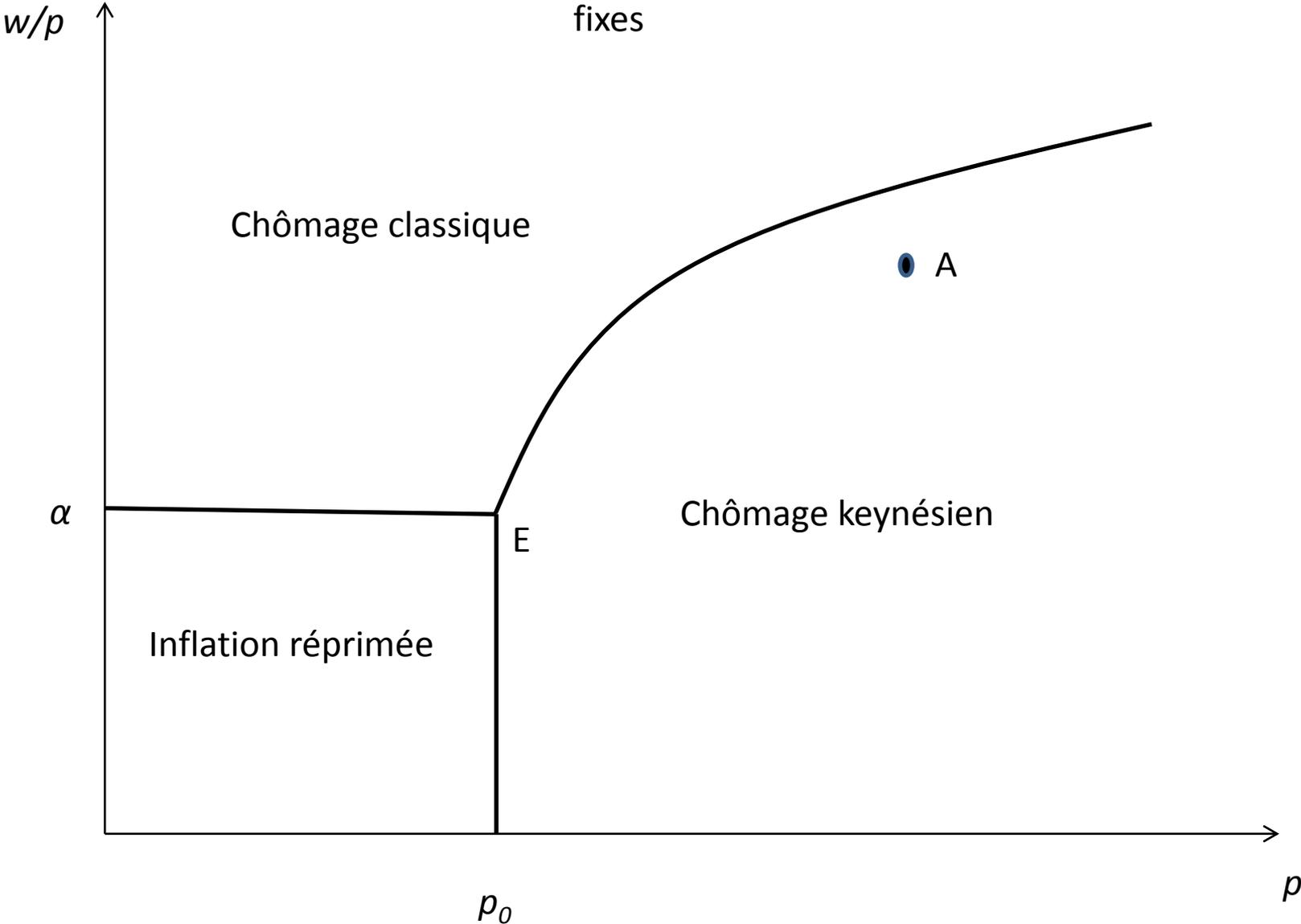


Figure 14: La pente de la courbe de Phillips dépend de la volatilité de l'inflation

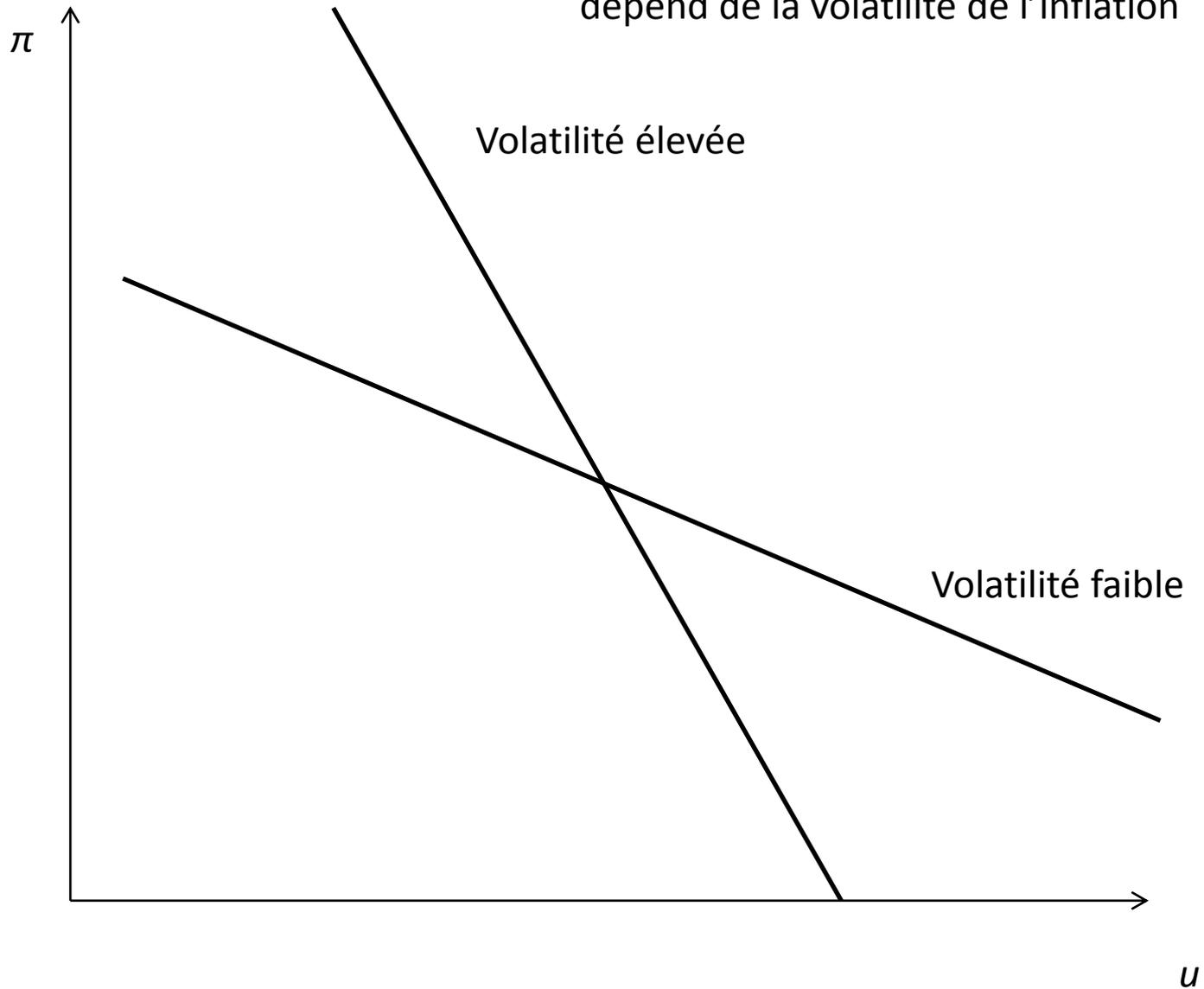


Figure 15: Détermination d'équilibre du taux d'inflation

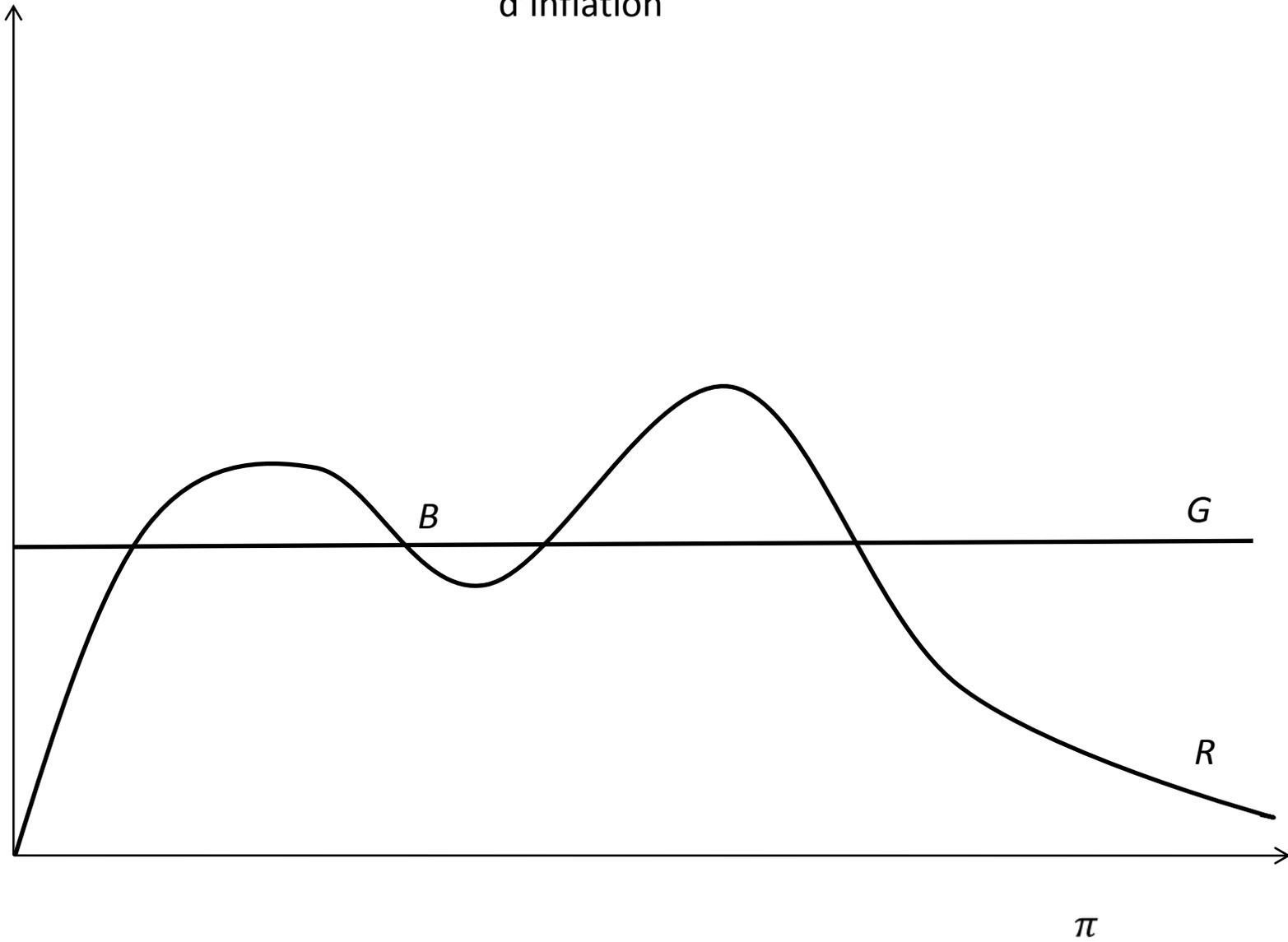


Figure 16: Détermination de l'inflation d'équilibre à la date  $T + 1$

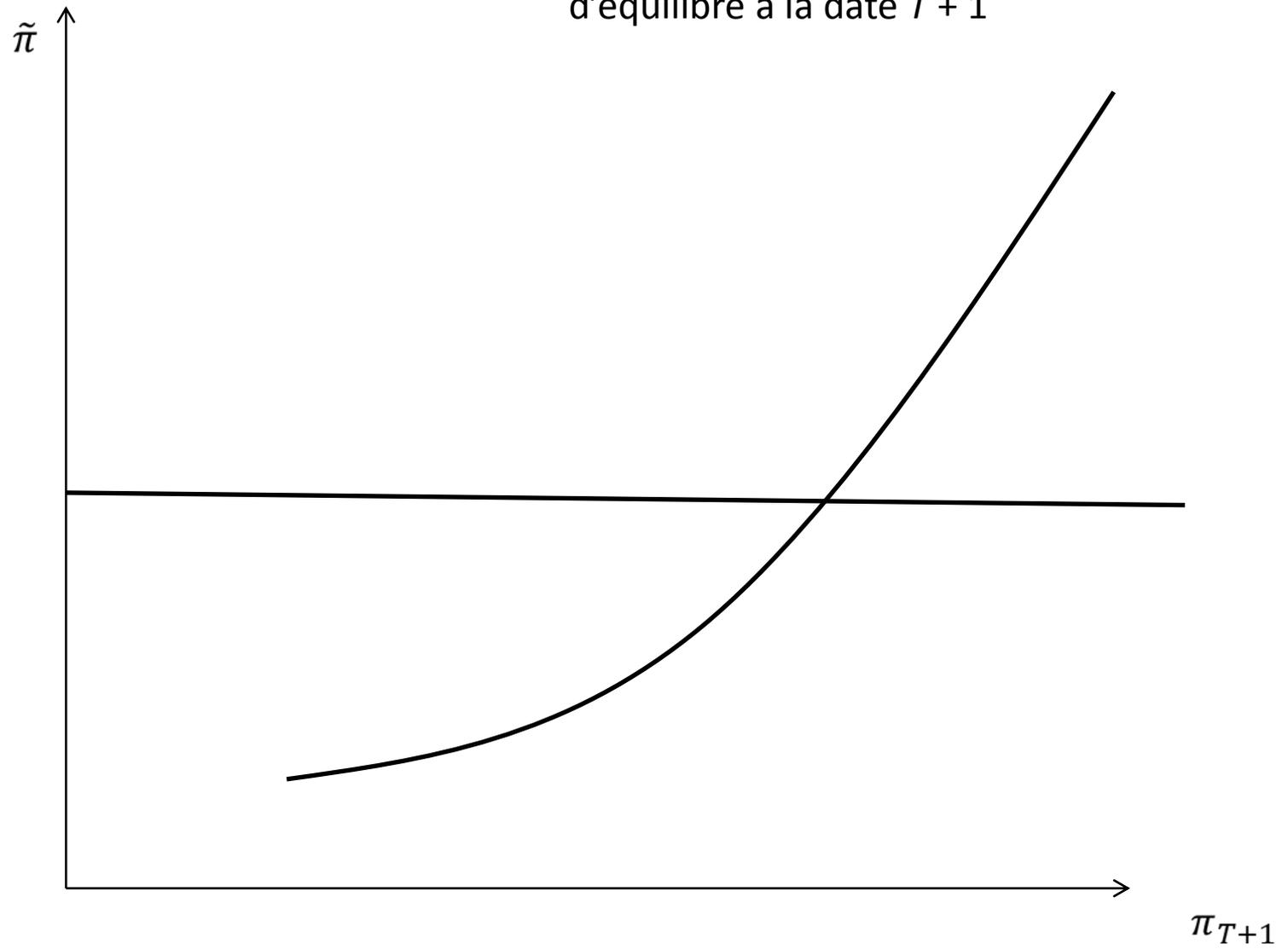


Figure 17: Effet d'une contraction monétaire

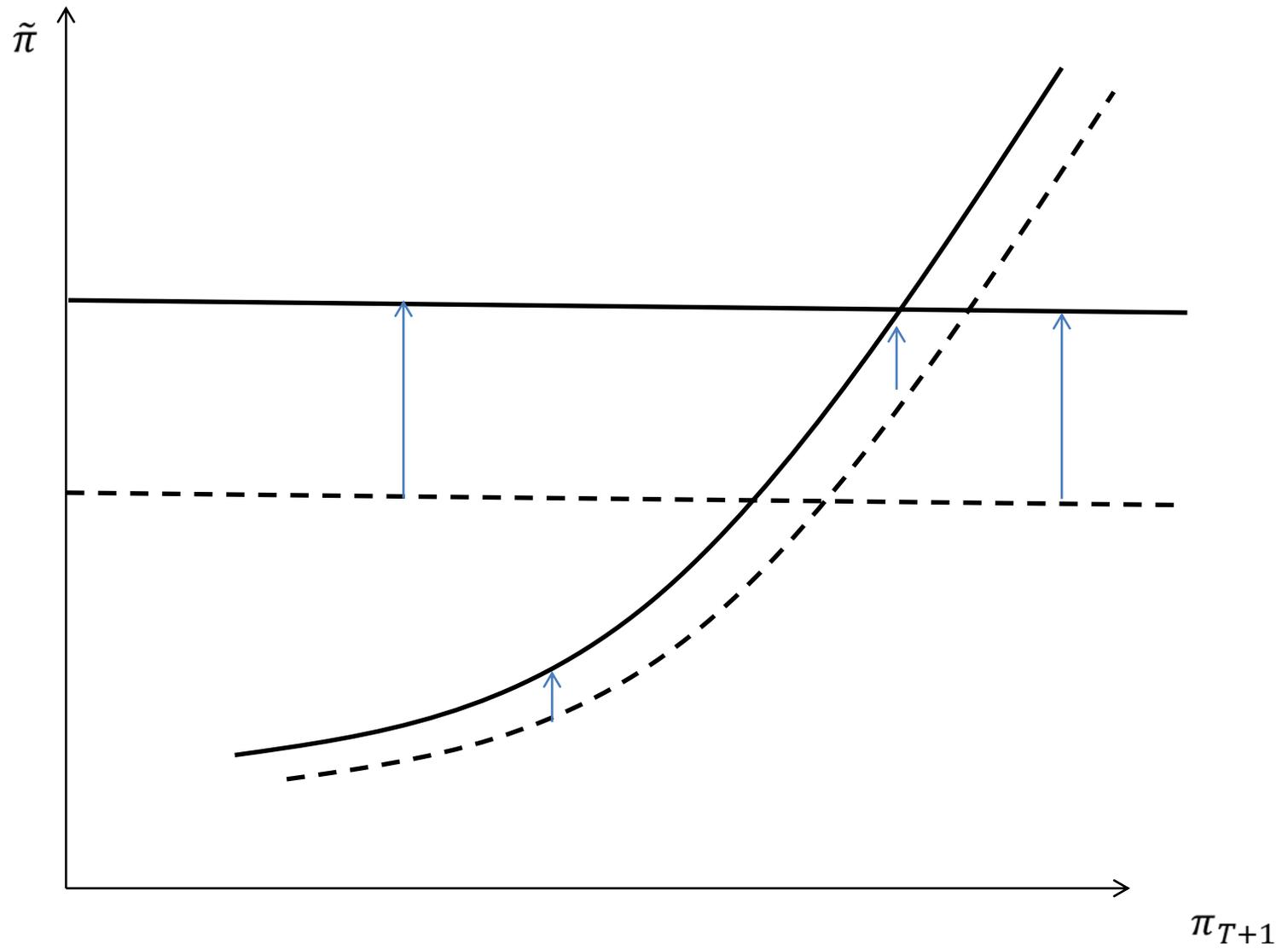


Figure 18: Effet de la vulnérabilité de la banque centrale et de la rotation du gouverneur sur l'inflation (Source: Cukierman et Webb)

Table 6. *Estimates for Central Bank Vulnerability and Inflation, 1950–89*

<i>Explanatory variable</i>	<i>Estimation with six-month vulnerability index</i>		<i>Estimation with one-month vulnerability index</i>	
	<i>Dependent variable is transformed inflation, D</i>	<i>Dependent variable is standard deviation of D</i>	<i>Dependent variable is transformed inflation, D</i>	<i>Dependent variable is standard deviation of D</i>
Constant	0.046* (1.73)	0.019 (1.28)	0.054** (2.16)	0.020 (1.53)
Vulnerability (lag 0–1 months)	—	—	0.164*** (3.95)	0.106*** (4.79)
Vulnerability (lag 0–6 months)	0.092*** (2.89)	0.070*** (4.02)	—	—
Nonpolitical turnover (lag over 1 month)	—	—	0.158** (2.12)	0.108*** (2.73)
Nonpolitical turnover (lag over 6 months)	0.239*** (2.60)	0.108** (2.14)	—	—
High-level political change	0.312 (1.50)	0.237** (2.08)	0.208 (1.04)	0.193* (1.83)
Type-2 authoritarian transitions	0.308 (1.38)	0.190 (1.56)	0.268 (1.24)	0.167 (1.45)
Medium-level political change	0.044 (0.65)	0.010 (0.27)	0.029 (0.44)	0.003 (0.09)
Low-level political change	0.126* (1.72)	0.041 (1.02)	0.109 (1.53)	0.028 (0.74)
Dummy authoritarian only	0.030 (0.98)	0.023 (1.37)	0.016 (0.52)	0.017 (1.08)
Dummy first period (1950–1971)	-0.087*** (-4.53)	-0.021** (-2.02)	-0.083*** (-4.44)	-0.019* (-1.95)
Dummy developing countries	-0.007 (-0.26)	-0.005 (-0.32)	0.006 (0.22)	-0.001 (-0.10)
Number of observations	110	110	110	110
Adjusted R <sup>2</sup>	0.34	0.34	0.37	0.41

—Not available.

\* Significant at 10 percent level.

\*\* Significant at 5 percent level.

\*\*\* Significant at 1 percent level.

Note: *t*-statistics are in parentheses.

Source: Authors' calculations.

Figure 18: Effet de la vulnérabilité de la banque centrale sur la croissance (Source: Cukierman et Webb)

Table 7. *The Impact of Central Bank Vulnerability and Nonpolitical Turnover on Economic Growth, 1960–88*

<i>Explanatory variable</i>	<i>Estimate</i>	
	<i>Full sample</i>	<i>Sample minus three<sup>a</sup></i>
Constant	–0.15 (–0.15)	0.73 (0.77)
Initial GDP	–0.22** (–2.46)	–0.25*** (–2.83)
Change in terms of trade	28.9*** (4.87)	28.1*** (5.01)
Initial primary education enrollment ratio	2.03** (1.98)	2.53*** (2.55)
Initial secondary education enrollment ratio	1.59 (1.22)	1.34 (1.04)
Nonpolitical turnover of central bank governors	5.80* (1.80)	–2.39 (–0.66)
Political vulnerability of central bank	–0.78 (–1.15)	–1.51** (–2.30)
Dummy for the 1960s	1.69*** (3.01)	1.42*** (2.61)
Dummy for the 1970s	1.39*** (2.74)	1.11** (2.26)
Number of observations	129	120
Adjusted R <sup>2</sup>	0.23	0.26

\* Significant at the 10 percent level.

\*\* Significant at the 5 percent level.

\*\*\* Significant at the 1 percent level.

*Note:* The sample consists of, at most, three observations (one for each decade) for each country. The estimated equation is a pooled cross-sectional time-series regression. The dependent variable is real per capita GDP growth. Central bank vulnerability is characterized in terms of changes in central bank governors that occur within six months of a political transition. *t*-statistics are in parentheses.

a. Botswana, Brazil, and the Republic of Korea are excluded.

*Source:* Authors' calculations.

Figure 20: Evolution de l'activité au cours du cycle électoral dans le modèle d'Alesina

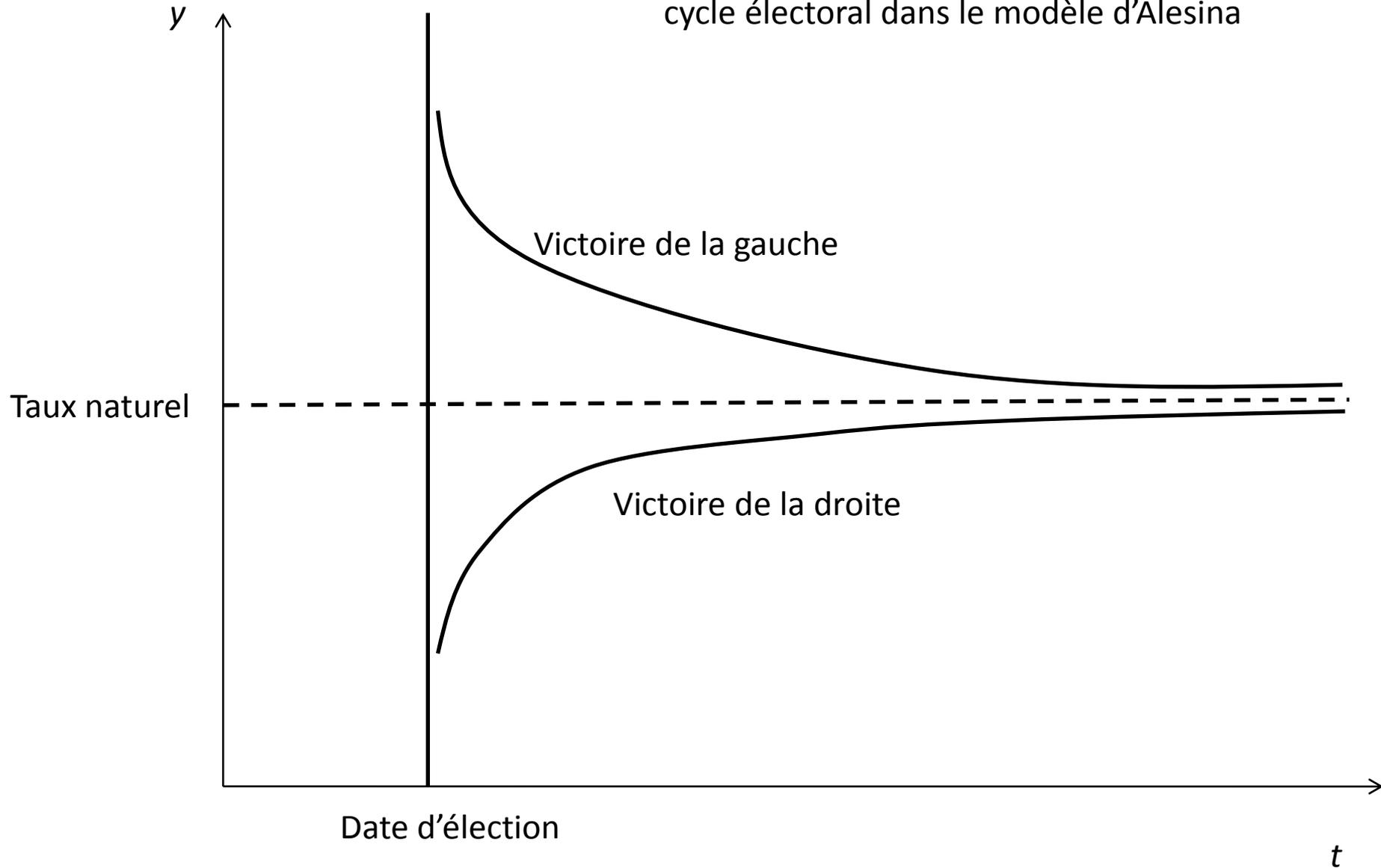
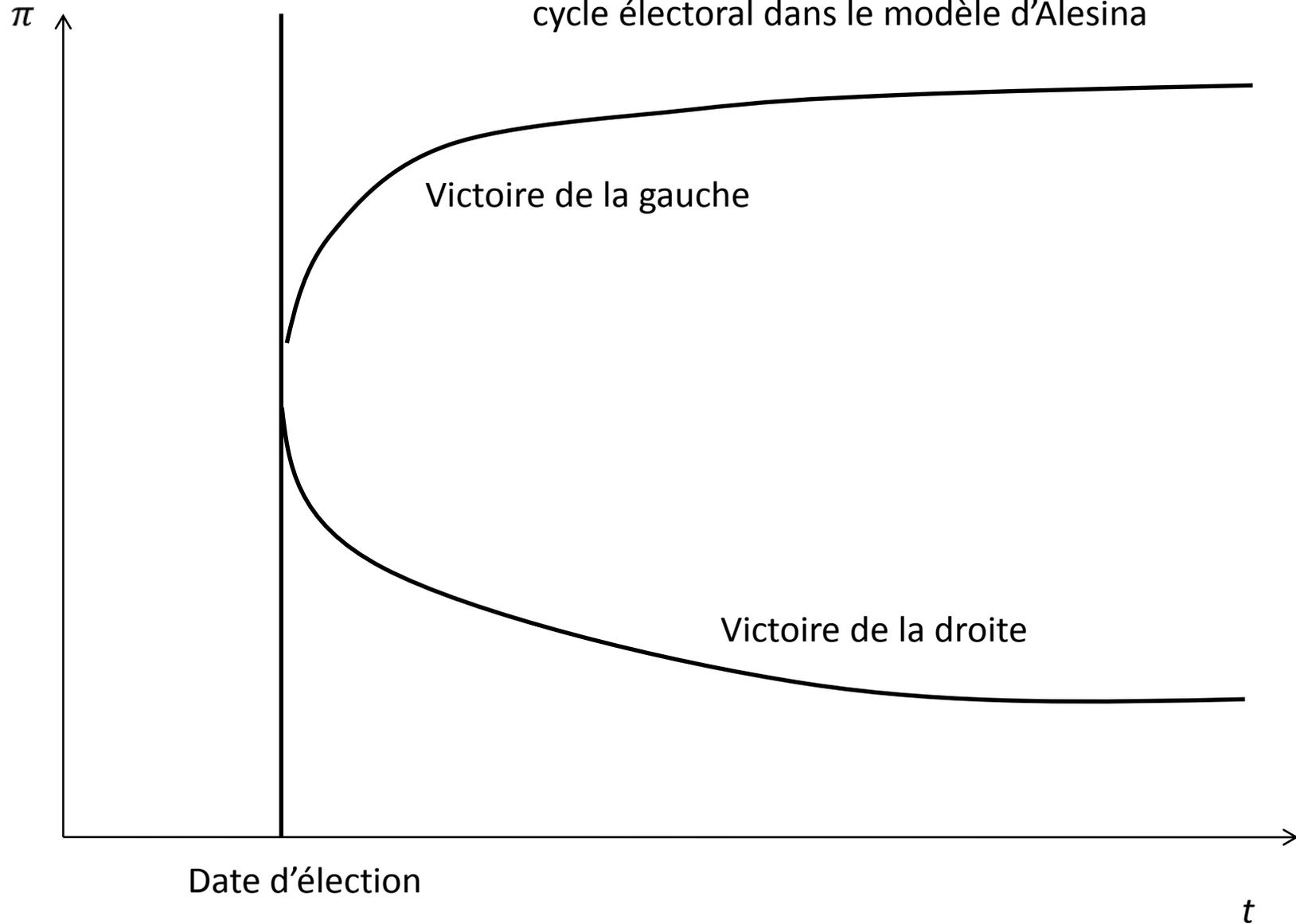


Figure 21: Evolution de l'inflation au cours du cycle électoral dans le modèle d'Alesina



**TABLE 1**  
*Rational partisan theory*  
*Dependent variable: rate of growth of output (Y)*

Independent variables	(1) Coefficient ( <i>t</i> -statistics)	(2) Coefficient ( <i>t</i> -statistics)	(3) Coefficient ( <i>t</i> -statistics)	(4) Coefficient ( <i>t</i> -statistics)
Constant	0.130 (0.55)	-0.180 (-0.81)	0.500 (0.80)	1.282 (3.84)
Y(-1)	0.712 (28.1)	0.610 (17.27)	0.689 (25.59)	0.543 (15.04)
Y(-2)	-0.062 (-2.55)	-0.01 (-0.28)	-0.065 (-2.46)	-0.009 (-0.24)
YW	0.353 (11.82)	0.305 (9.33)	—	—
DRPT 6(-1)	-0.41 (-3.48)	-0.62 (-4.42)	-0.412 (-3.43)	-0.573 (-4.09)
U.S.A.	-0.45 (-1.49)	0.21 (0.81)	-0.376 (-1.19)	0.250 (1.10)
U.K.	-0.63 (-2.08)	-0.02 (-0.07)	-0.703 (-2.21)	-0.118 (-0.53)
Germany	-0.36 (-1.19)	0.28 (1.09)	-0.400 (-1.25)	0.187 (0.81)
France	-0.14 (-0.45)	0.49 (1.81)	-0.205 (-0.60)	0.440 (1.80)
Canada	0.12 (0.40)	0.80 (3.06)	0.073 (0.23)	0.798 (3.44)
Italy	0.04 (0.15)	—	0.000 (0.00)	—
Sweden	-0.56 (-1.63)	—	-0.600 (-1.64)	-0.079 (-0.30)
Belgium	-0.42 (-1.40)	—	-0.443 (-1.38)	—
Austria	0.14 (0.48)	—	0.161 (0.51)	—
Norway	-0.03 (-0.10)	—	0.001 (0.00)	—
Finland	0.05 (0.15)	—	0.005 (0.14)	—
Ireland	0.46 (1.13)	—	0.621 (1.40)	—
Australia	0.03 (-0.10)	0.007 (2.67)	0.000 (0.02)	0.658 (3.44)
New Zealand	-0.48 (-1.59)	0.12 (0.48)	-0.512 (-1.60)	—
Denmark	-0.39 (-1.29)	—	-0.399 (-1.24)	—
R <sup>2</sup>	0.61	0.60	0.63	0.64
S.E.	2.24	1.61	2.23	1.60

Figure 22 – Effet de la dummy politique sur l'activité, modèle d'Alesina

TABLE 2  
*Test of rational partisan theory*  
*Dependent variable:  $U^{DIF}$*

Variable	(1) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)	(2) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)
Constant	0.152 (3.37)	0.101 (2.92)
$U^{DIF}(-1)$	1.284 (42.25)	1.332 (39.35)
$U^{DIF}(-2)$	-0.300 (-11.14)	-0.359 (-10.49)
DRPT 6(-2)	0.063 (3.11)	0.086 (3.20)
Australia	-0.126 (-2.12)	-0.082 (-1.67)
Austria	-0.218 (-3.31)	
Belgium	-0.030 (-0.54)	
Canada	-0.128 (-2.30)	-0.051 (-1.18)
Denmark	-0.093 (-1.51)	
Finland	-0.164 (-2.80)	
France	-0.110 (-1.83)	-0.06 (-1.25)
Germany	-0.140 (-2.31)	-0.116 (-2.17)
Ireland	0.071 (1.05)	
Italy	-0.072 (-1.30)	
Norway	-0.216 (-3.13)	
Sweden	-0.208 (-3.32)	-0.198 (-3.32)
U.K.	-0.132 (-2.34)	-0.082 (-1.80)
U.S.A.	-0.138 (-2.48)	-0.061 (-1.38)
R <sup>2</sup>	0.99	0.98
S.E.	0.35	0.31

Figure 23 – Effet de la dummy politique sur le chômage, modèle d'Alesina

TABLE 3  
*Rational partisan theory*  
*Dependent variable:  $\pi$*

Variable	(1) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)	(2) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)
Constant	-0.075 (-0.63)	0.593 (4.80)
$\pi(-1)$	1.085 (45.54)	1.210 (35.22)
$\pi(-2)$	-0.136 (-3.92)	-0.272 (-5.15)
$\pi(-3)$	-0.097 (-4.34)	-0.074 (-2.30)
$\pi W$	0.146 (13.15)	0.127 (9.35)
RADM(-1)	-0.05 (-1.65)	-0.084 (-2.17)
Australia	0.329 (2.15)	-0.307 (-2.27)
Austria	-0.064 (-0.42)	
Belgium	0.027 (0.18)	
Canada	0.070 (0.45)	-0.580 (-3.97)
Denmark	0.352 (2.27)	
Finland	0.41 (2.65)	
France	0.333 (2.18)	-0.293 (-2.19)
Germany	-0.255 (-1.66)	-0.853 (-5.68)
Ireland	0.66 (4.22)	
Italy	0.665 (4.13)	
New Zealand	0.66 (4.27)	
Norway	0.299 (1.94)	
Sweden	0.264 (1.69)	-0.405 (-2.83)
U.K.	0.516 (3.34)	-0.14 (-1.07)
U.S.A.	-0.041 (-0.27)	-0.65 (-4.55)
$R^2$	0.94	0.95
S.E.	1.13	0.98

Figure 24 – Effet de la dummy politique sur l'inflation, modèles d'Alesina et Hibbs

Figure 25: Effet du parti au pouvoir sur l'activité (test de la théorie partisane de Hibbs)

**TABLE 4**  
*Partisan theory (Hibbs)*  
*Dependent variable: Y*

Variable*	(1) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)	(2) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)
Constant	0.12 (0.51)	-0.17 (-0.79)
Y(-1)	0.720 (28.47)	0.629 (17.76)
Y(-2)	-0.061 (-2.53)	-0.01 (-0.26)
YW	0.349 (11.62)	0.289 (8.77)
RADM (-1)	-0.03 (-0.54)	-0.02 (-0.35)
$R^2$	0.61	0.59
S.E.	2.25	1.61

\* The estimated regression includes country fixed effects that are not reported in the table.

Figure 26: Effet de l'approche d'une élection sur l'activité  
(test de la théorie non partisane de Nordhaus)

TABLE 6  
*Test for political business cycle theory*  
*Dependent variable: Y*

Variable*	(1) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)	(2) Coefficient ( <i>t</i> -statistic)
Constant	0.12 (0.49)	-0.19 (-0.81)
Y(-1)	0.732 (29.49)	0.631 (17.27)
Y(-2)	-0.059 (-2.48)	-0.015 (-0.43)
YW	0.344 (12.02)	0.280 (8.47)
NRD 6	-0.09 (-0.78)	0.06 (0.49)
$R^2$	0.65	0.60
S.E.	2.25	1.73

\* The estimated regression includes country fixed effects that are not reported in the table.

Figure 27: Réponse de l'économie à un choc d'offre temporaire dans le modèle de Taylor

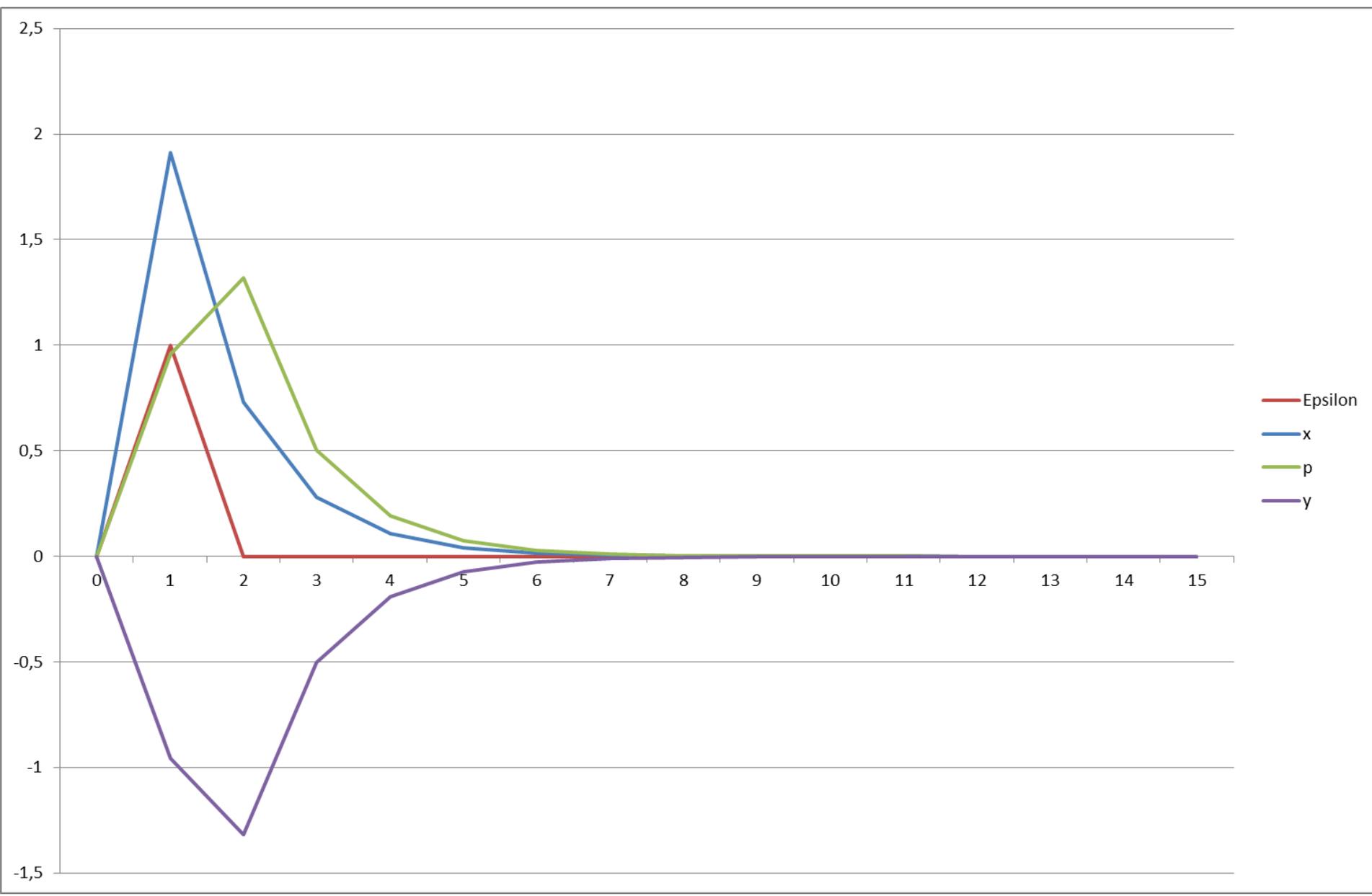


Figure 28: le diagramme de phases du modèle de Blanchard

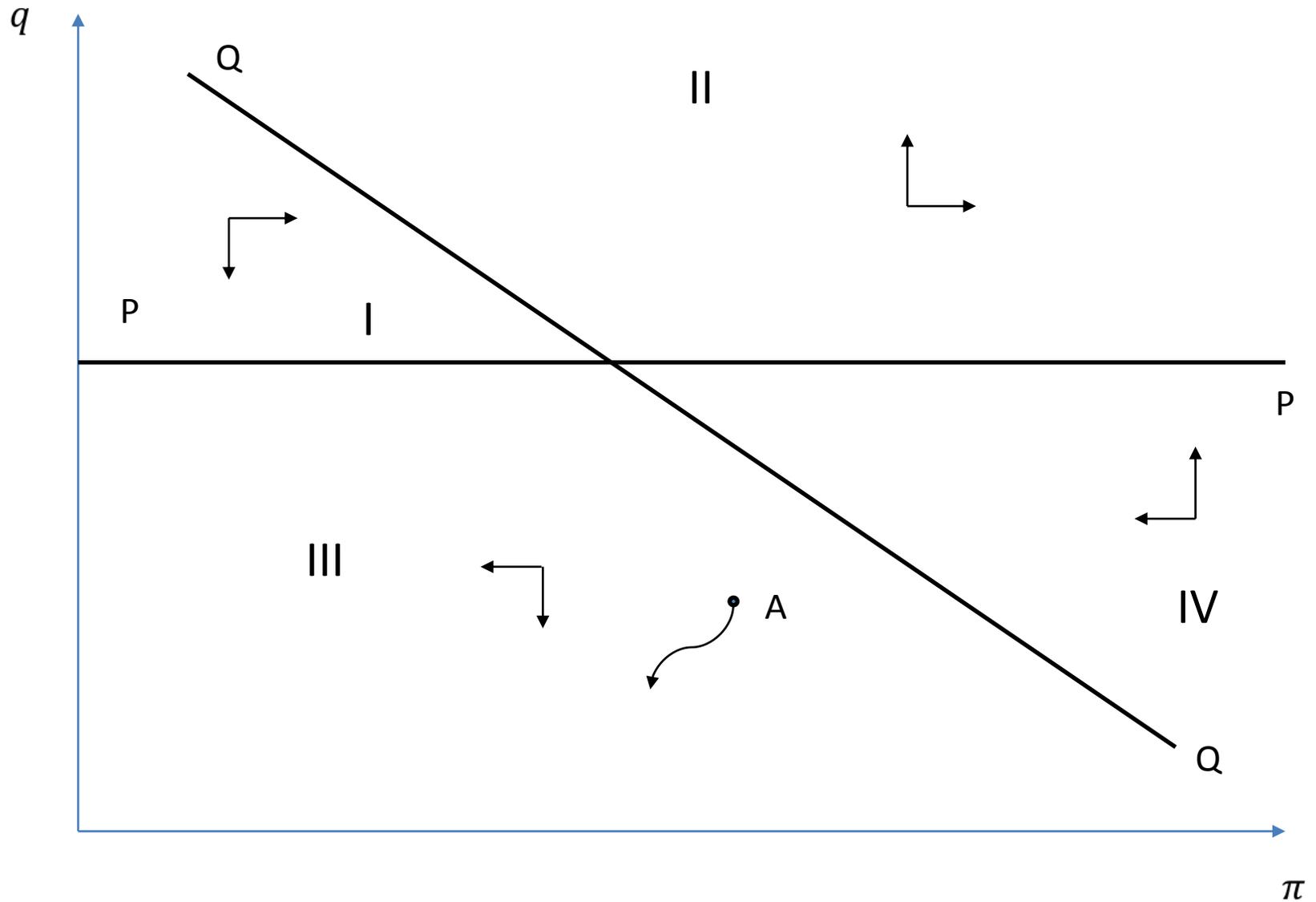


Figure 29: le sentier-selle, unique trajectoire non explosive

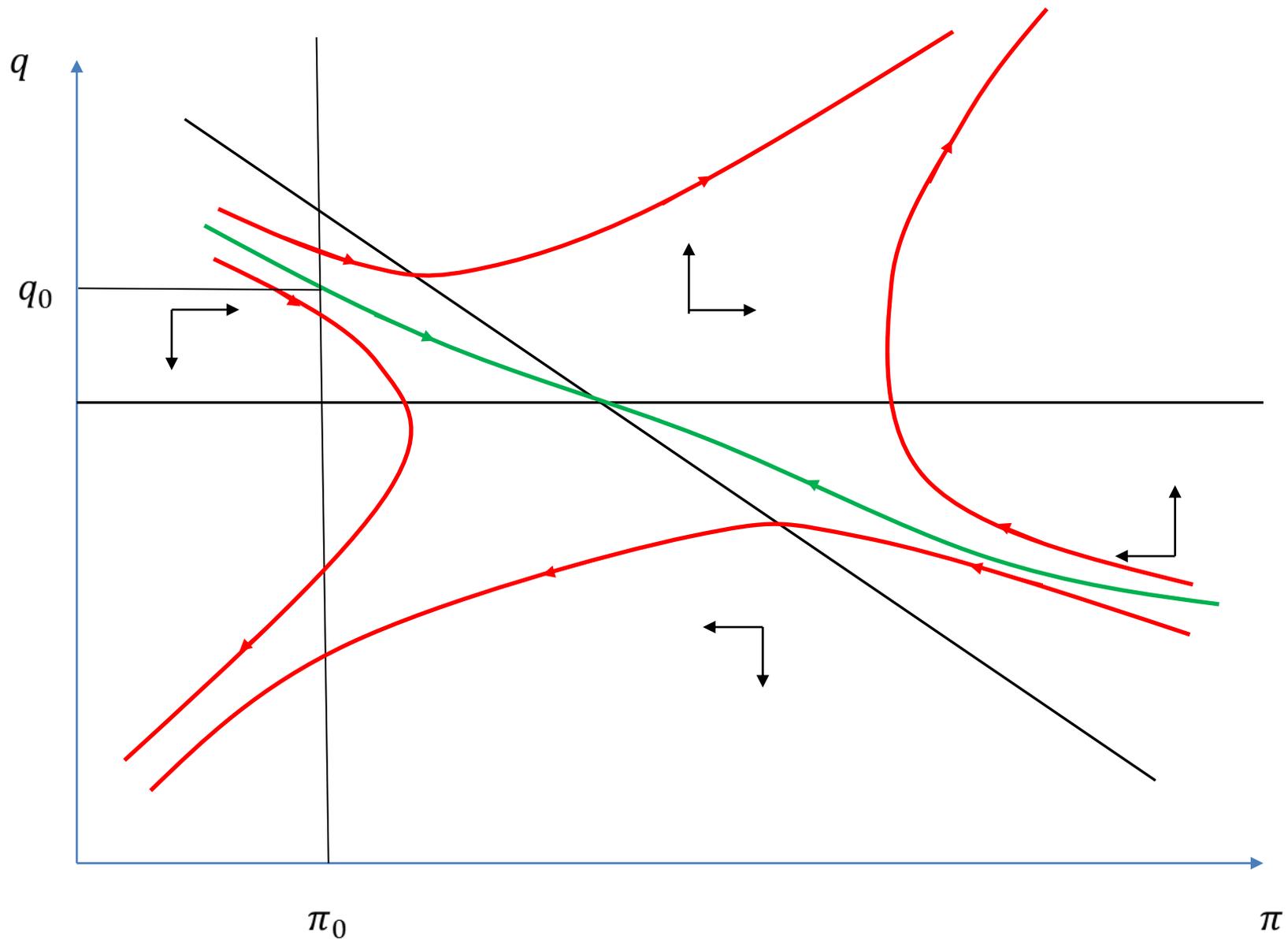


Figure 30 – La dynamique d'ajustement dans le modèle de Blanchard

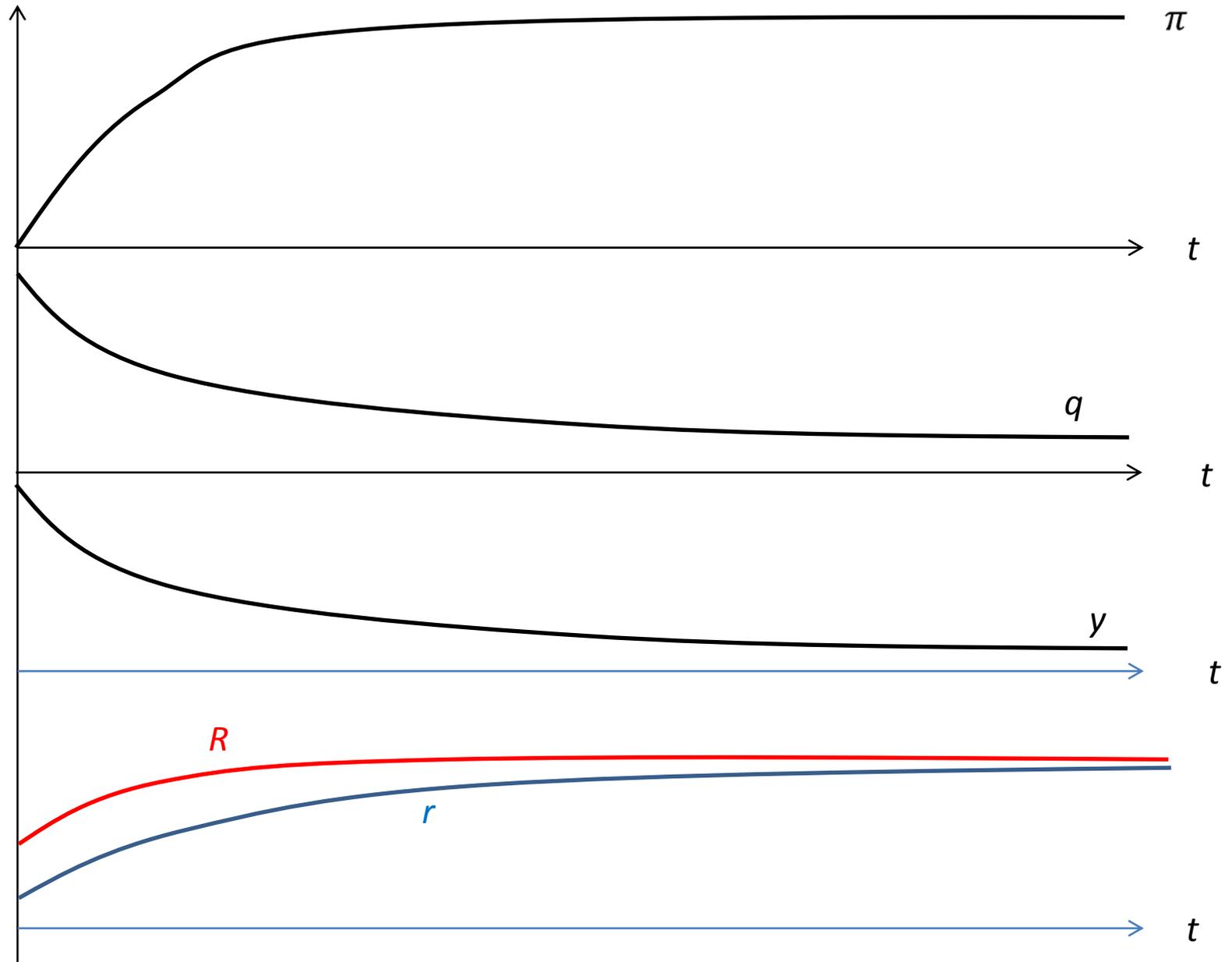


Figure 31: Effet d'un choc monétaire

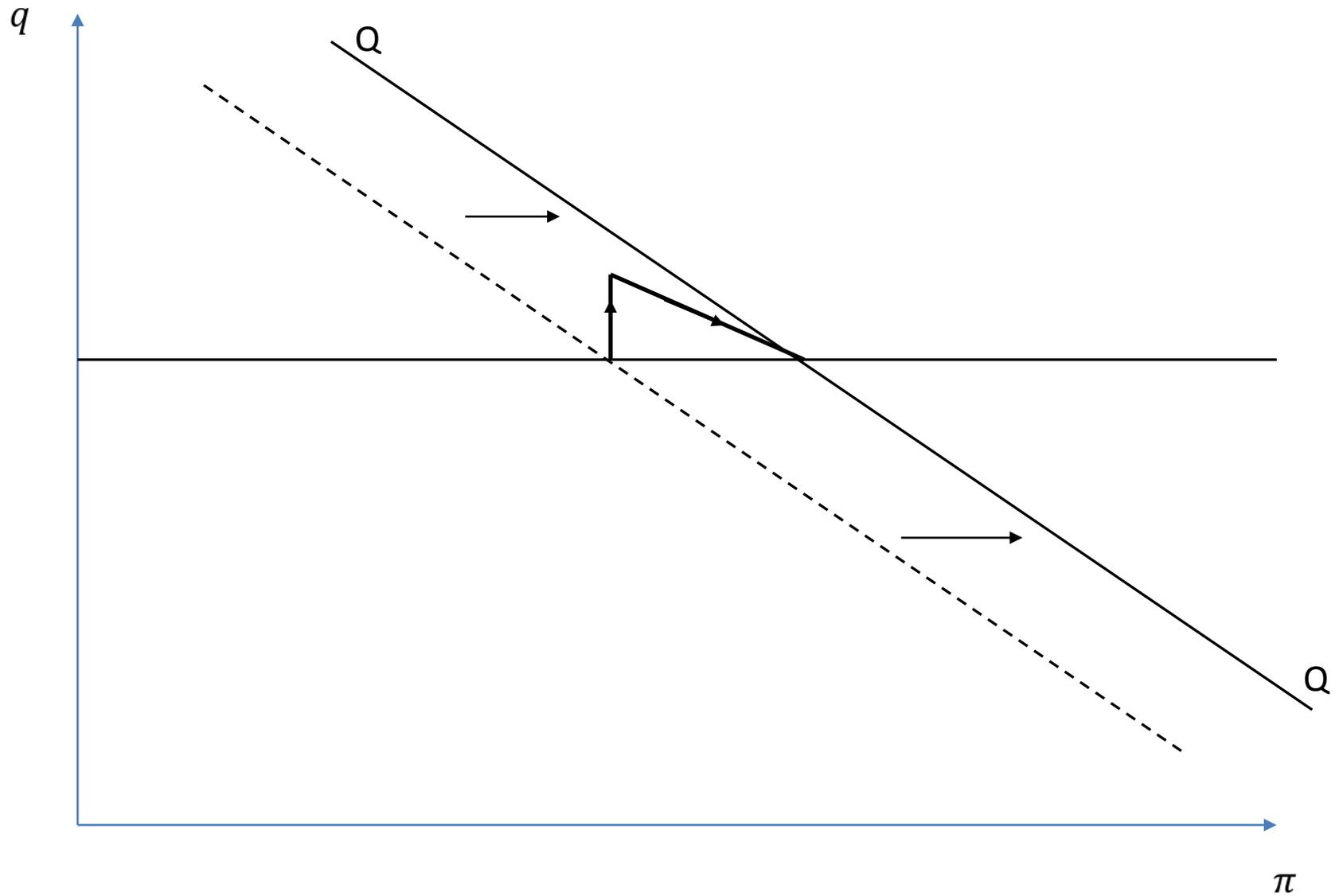


Figure 32: Effet d'une expansion  
monétaire anticipée

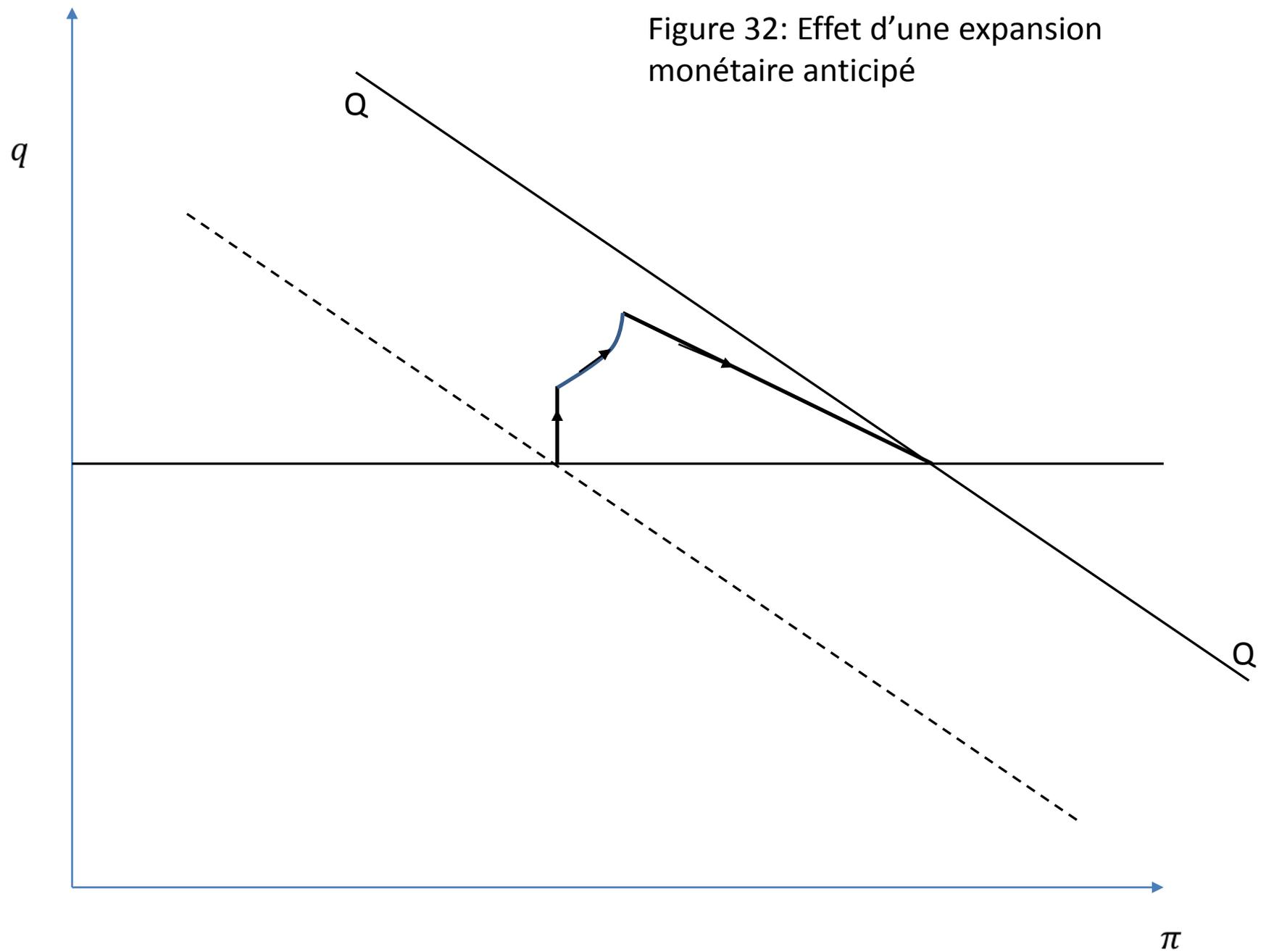


Figure 33 – Réponse de l'économie à un choc monétaire anticipé

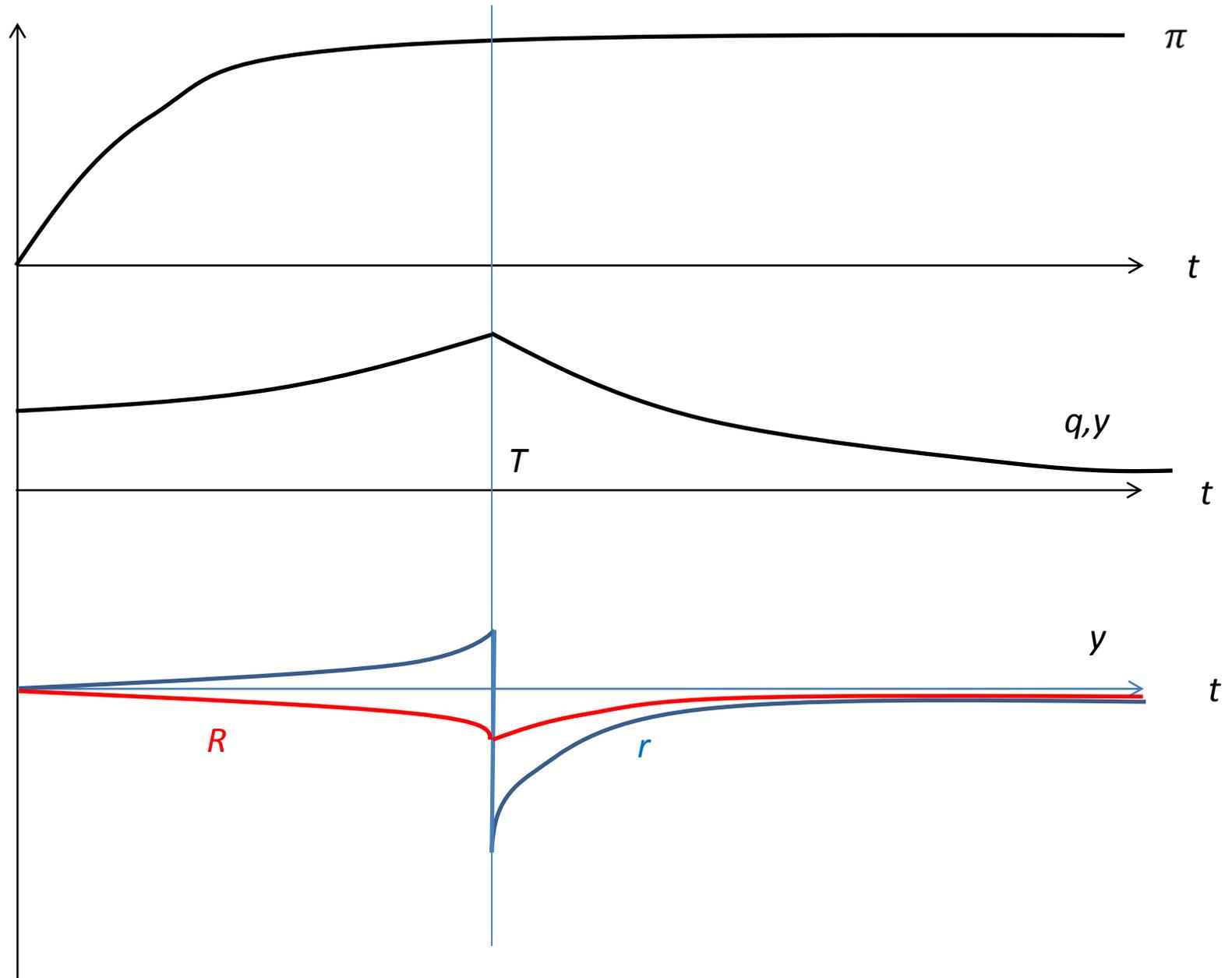


Figure 34: la détermination de l'équilibre dans le modèle de Dornbusch

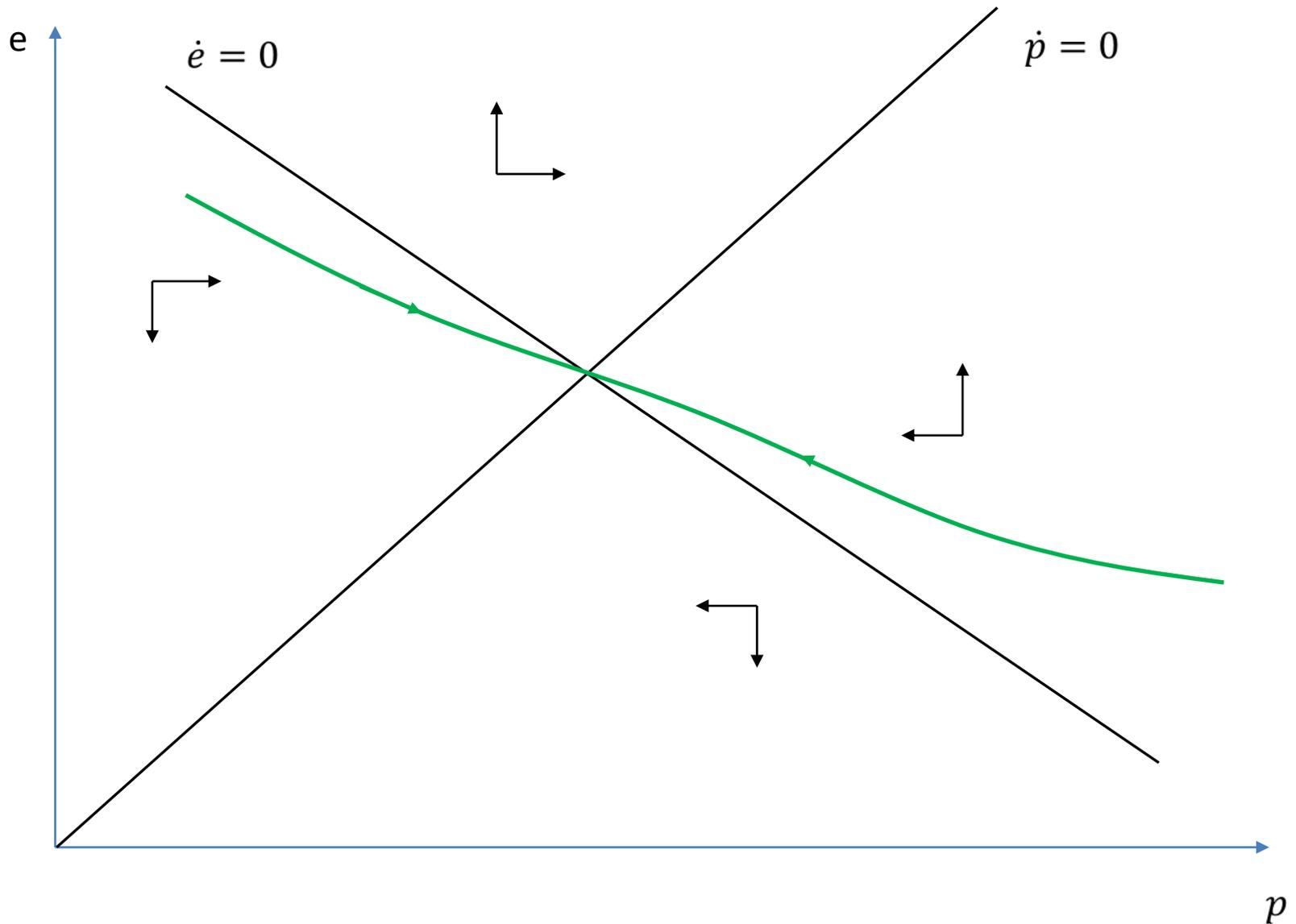


Figure 35: Effet d'un choc monétaire dans le modèle de Dornbusch

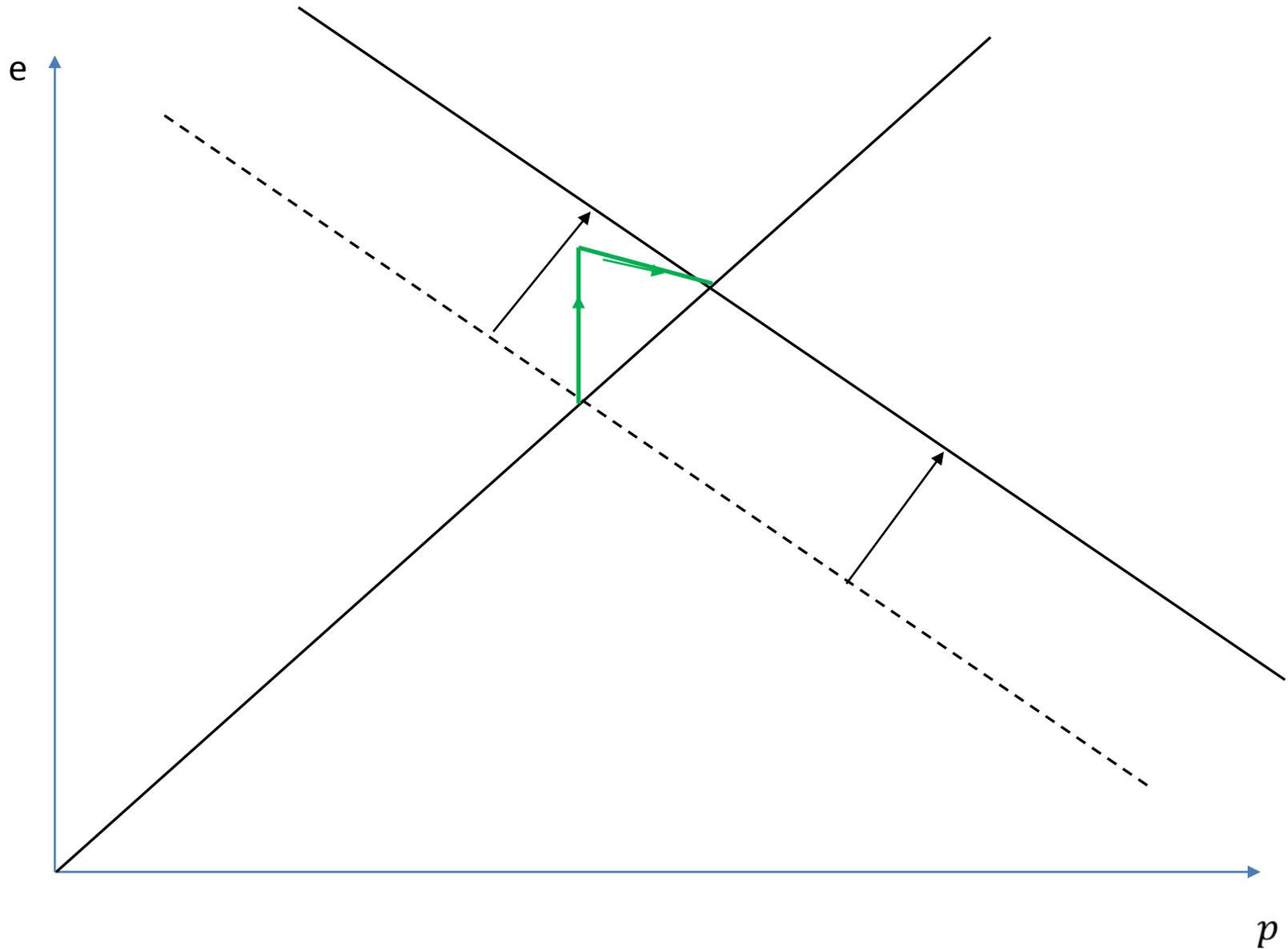
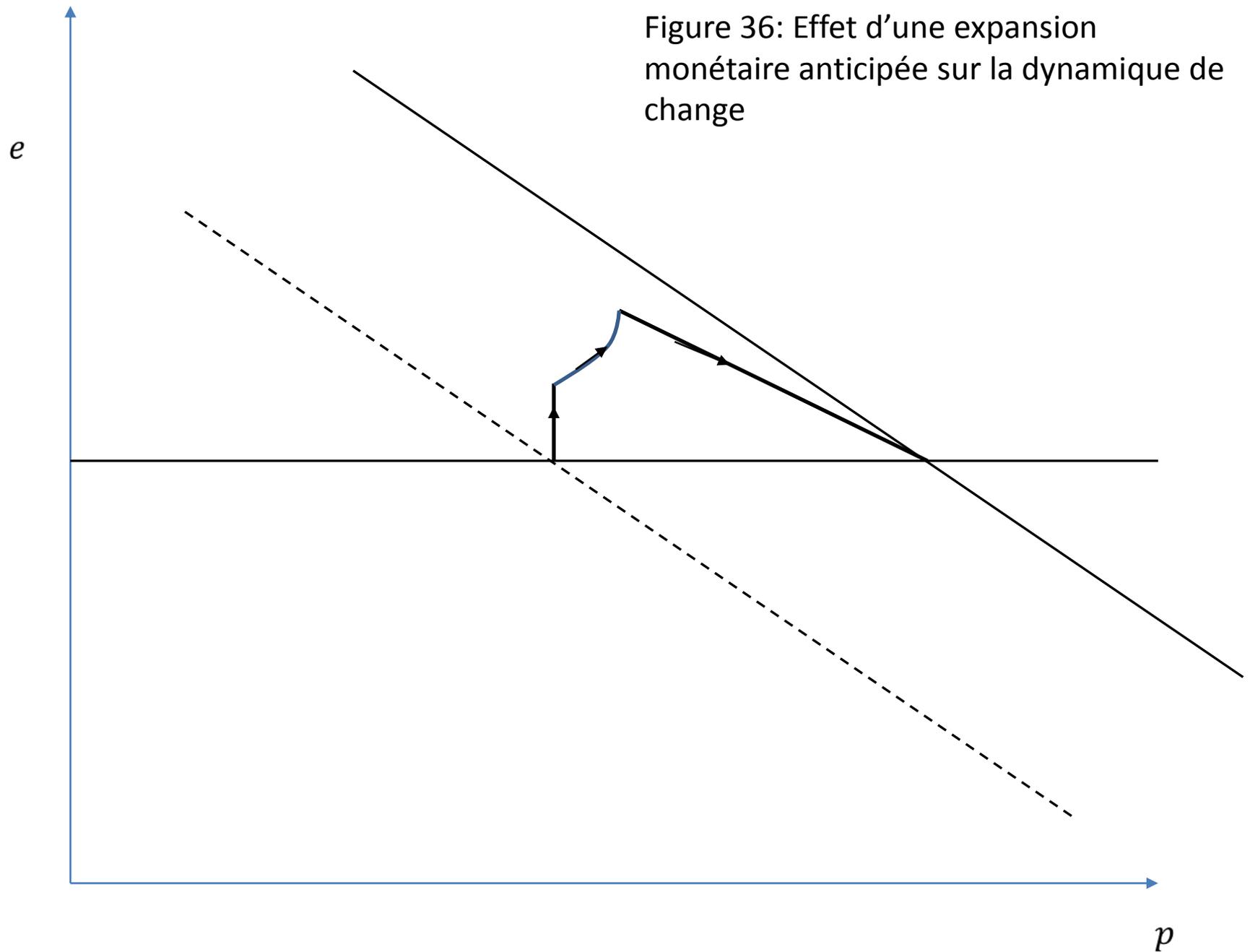


Figure 36: Effet d'une expansion monétaire anticipée sur la dynamique de change



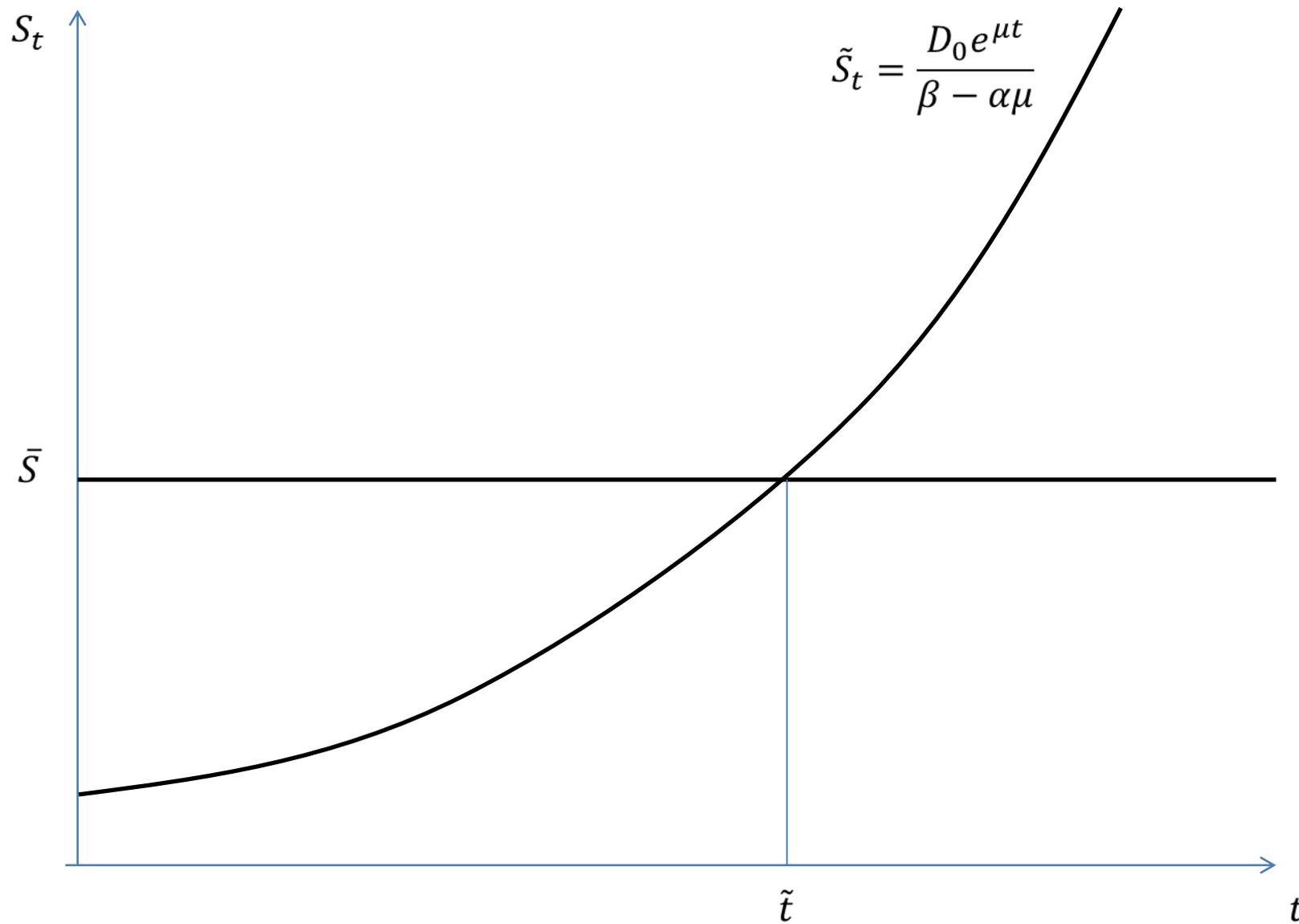


Figure 37 – Détermination de la date d'une attaque spéculative

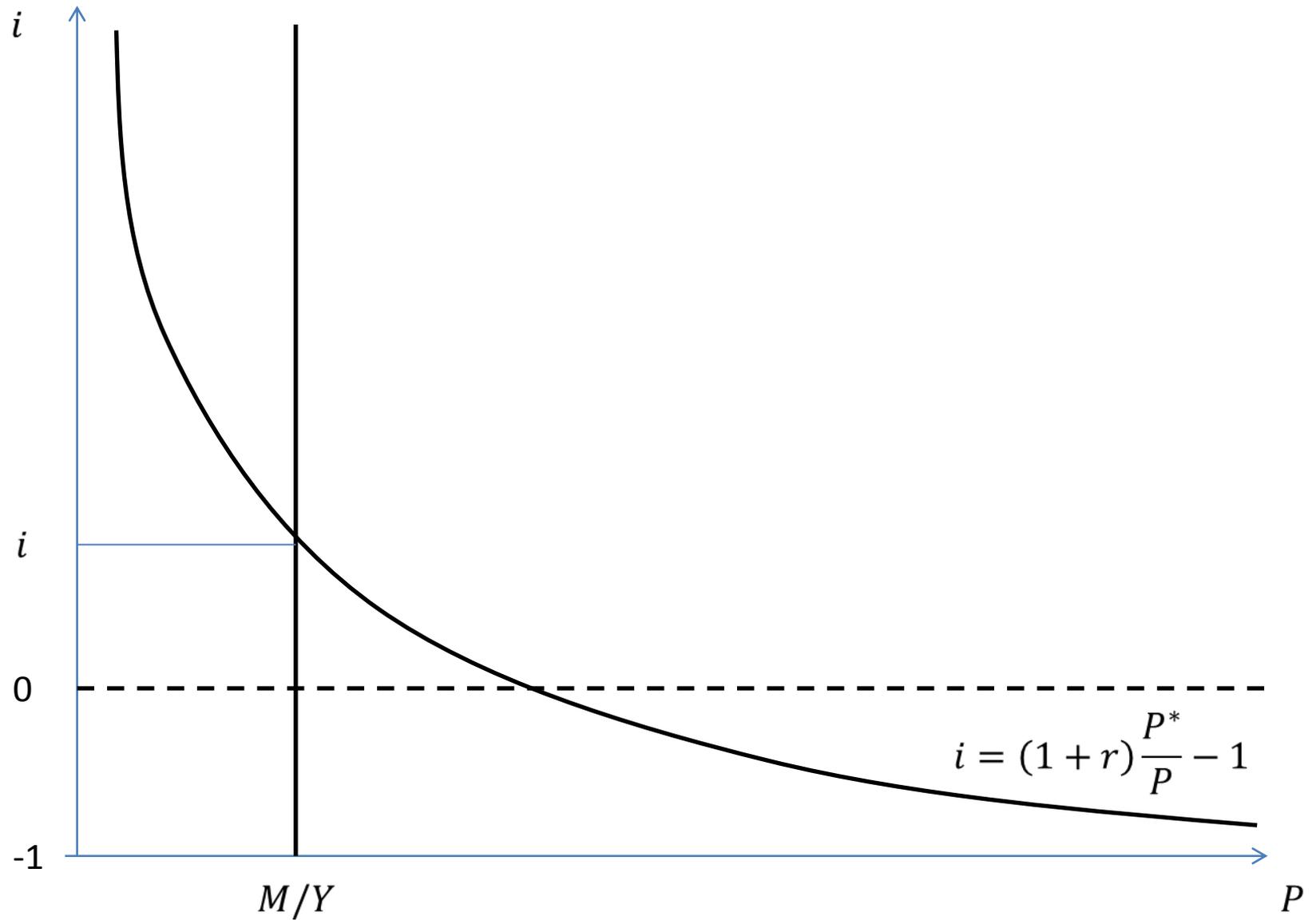


Figure 38 – Détermination de l'équilibre de court terme sans trappe de liquidité

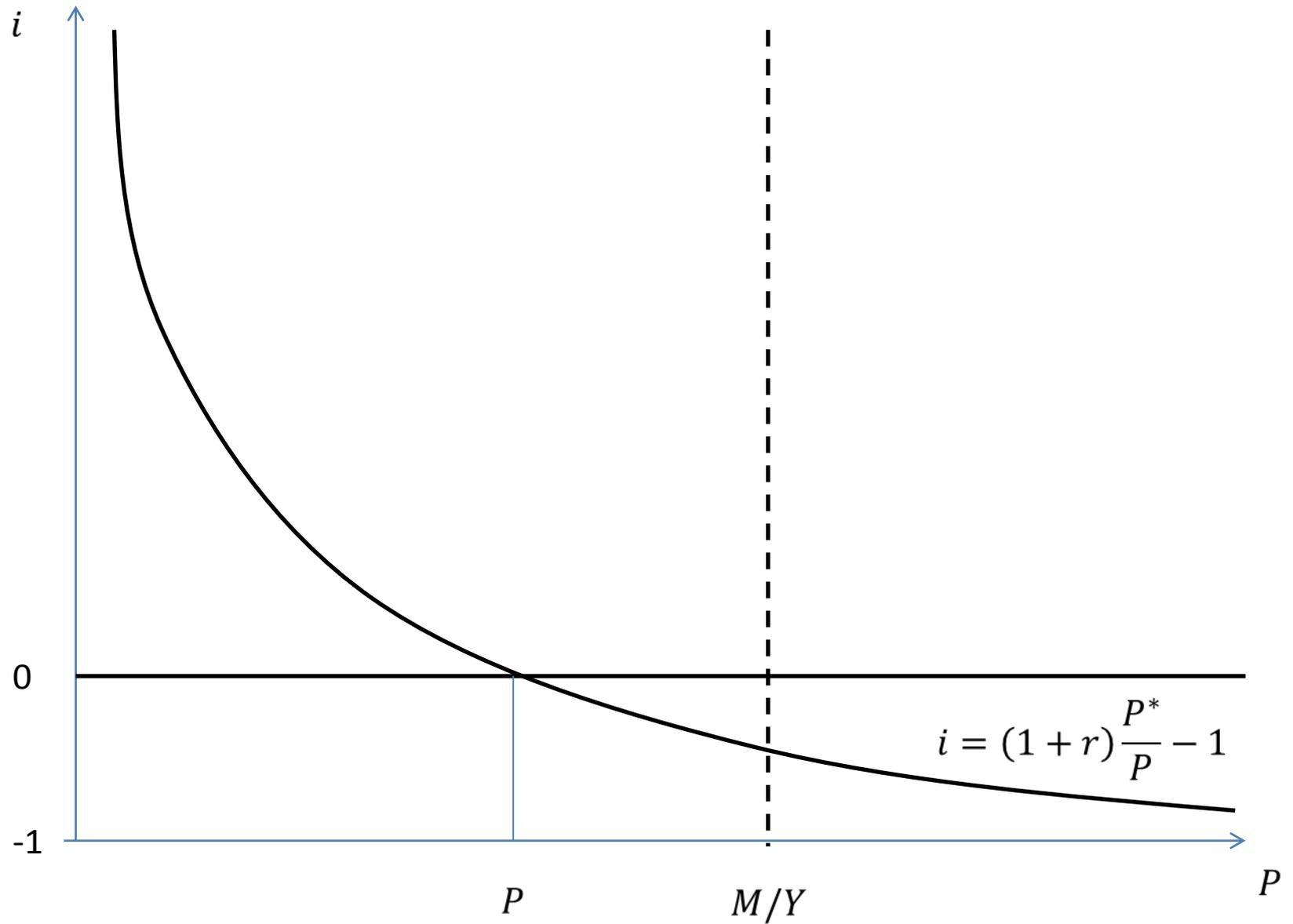


Figure 39 – Détermination de l'équilibre de court terme avec trappe de liquidité

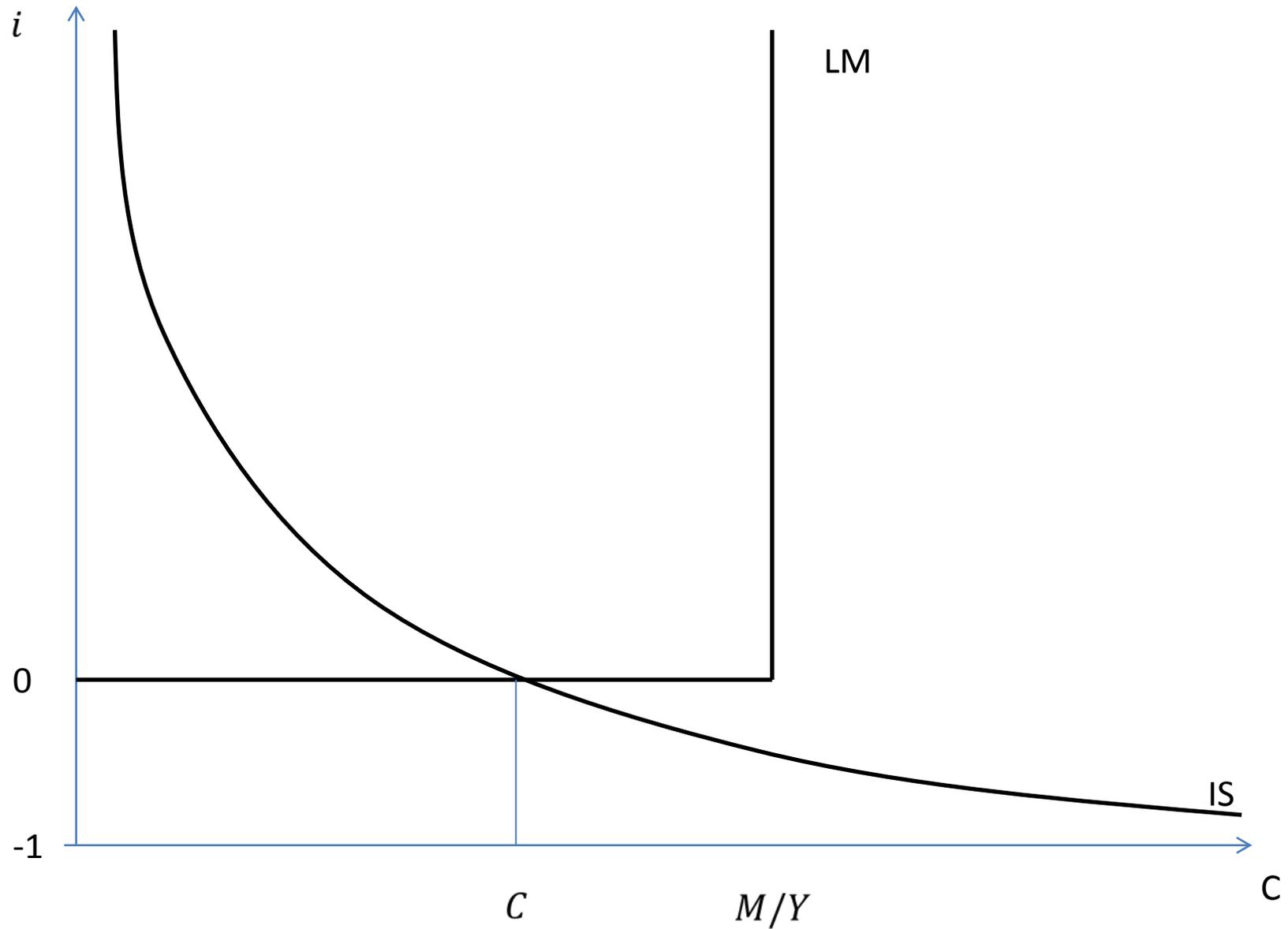


Figure 40 – Détermination de l'équilibre de court terme avec trappe de liquidité et prix fixes